

萌福図形科学

Intersection

Merry
Christmas
Sir.

第 章 P L.5

第一版 2005 / 12 / 25 聖夜

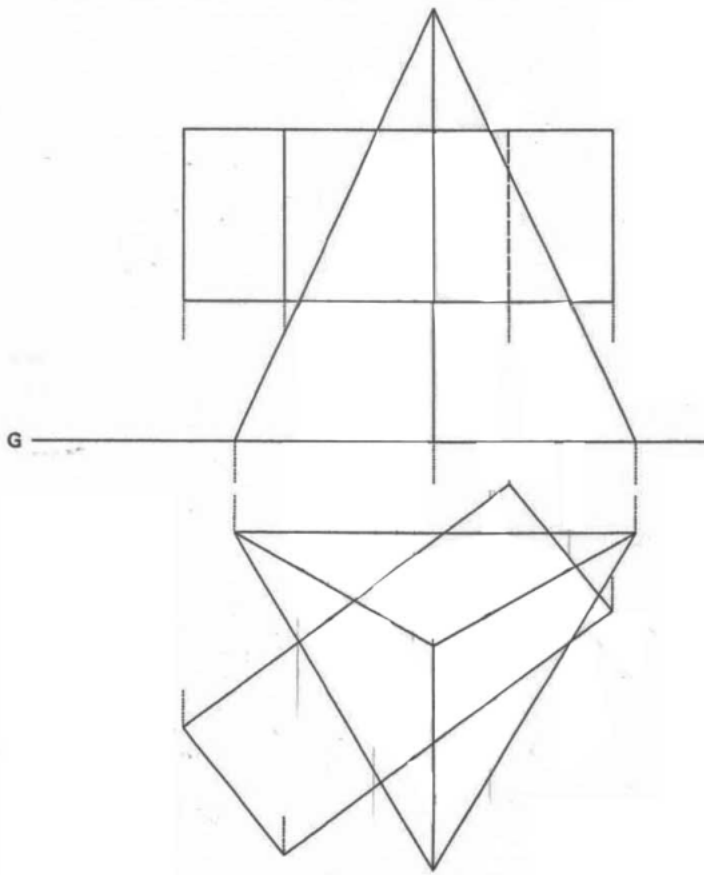
改訂版 version 2.0 2006 / 04 / 10



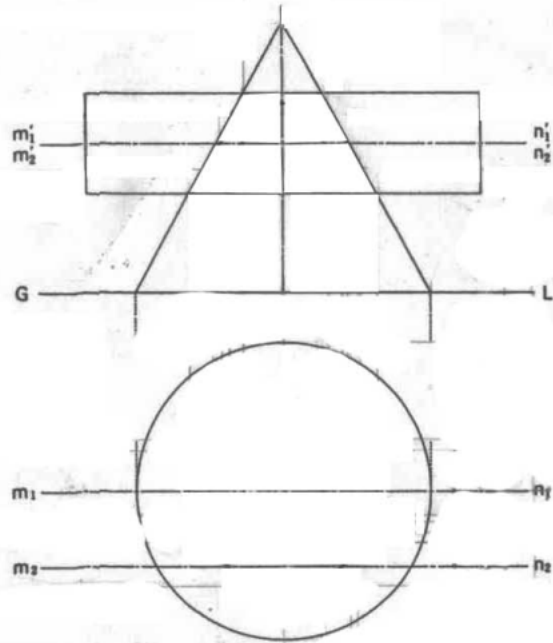
今今と 今と言う間に 今ぞ無く 今と言う間に 今ぞ過ぎ行く

道鏡

角柱と角錐の相貫図を作れ。共通部分の立体の形状を示せ。



下に示す円錐形と円柱の相貫線を描け。ただし、円柱の中心線は M_1N_1 の場合と M_2N_2 の場合との両方について描け。



え〜と…あの…その…ク、クリスマス…なので…お部屋をそれらしい装飾にしてみました…ハイ…気に入って頂ければ嬉しいのですが…え？私？私は…その、…サンタ様のカッパで…えと…これなら喜んで頂けるかなと…は、恥ずかしいんですけどすごく…変じゃありません？これ、特注で…御主人様が仰った通りの服の色と合わせてみたんですけど…
…うう〜…失敗したかもです〜…やっぱりやめとけばよかった…

こ、今回の課題は相貫 (Intersection) です。2 立体の表面上で交わってる点を相貫点と言ひまして、相貫線 $\equiv \int$ 相貫点 はもちろん、共通部分の立体を形作りますです。最初の問題は今までの基本事項で解決できますし、二問目などもちょっととっつきにくいですが、やってることを理解すればさして難しいものでもありません。

あ、だめですからね新年の授業日前日に慌てたりしちゃ！必ず年の内に済まして下さいね！では、早速取り掛かってみましょう。

…あ、…その前に御主人様…これ取ってもいいですか…？なんだか恥ずかしくて落ち着かなくて…

1. 角錐と角柱の相貫線

まずは角錐と角柱の作図です～. 大体、イメージは①のような感じです. 角錐の上底と下底が、地面に平行になっているので、かなり問題が簡略化されています. 相貫問題と気負わず、前回の断面問題と同じと考える方がいいですよ～

さて、上側の二つの相貫点は立体図からすぐに決定できます. ② さらに、角錐上底が地面に平行なので、上側の相貫線は錐の底辺と合同になることより、正三角形(ですよ? たぶん)を描けば、3つの相貫点が平面図に描けるわけです. はい、簡単ですよ～♪

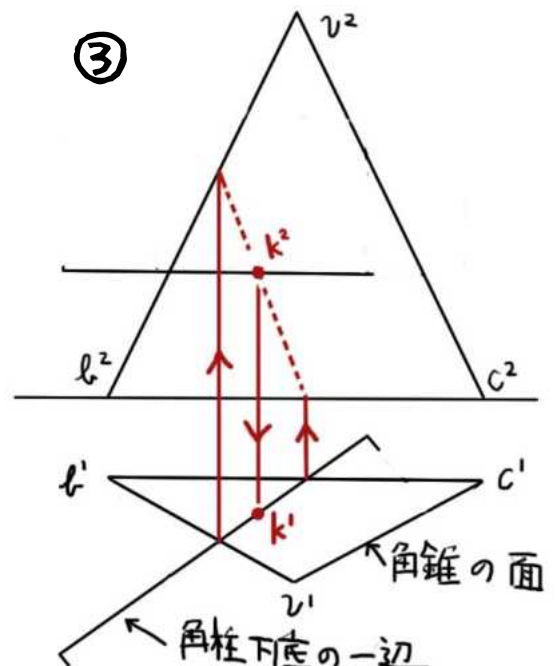
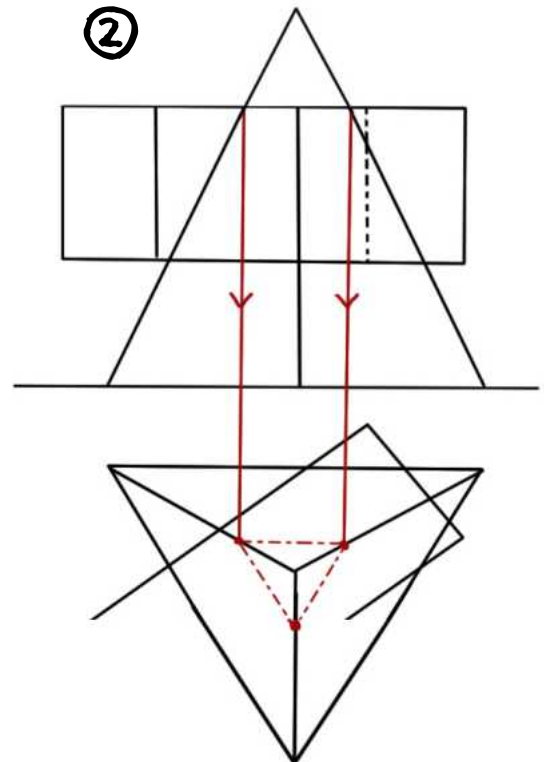
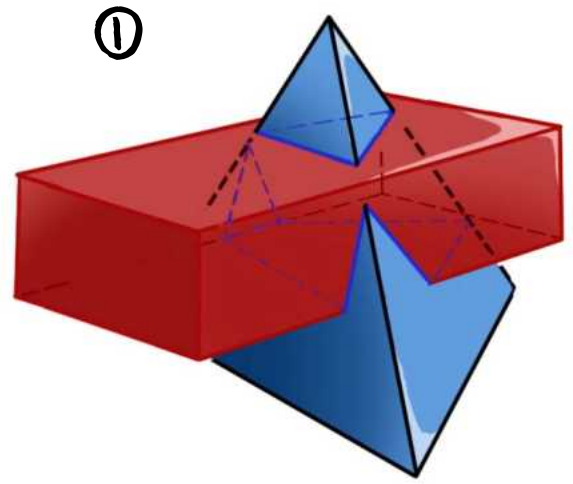
蛇足補足.

たくさん点が出てくるので、説明のために適宜名前をつけていきます. 実際に解答に点の名前を書く必要はありません. てか、そんなの描くスペース、なかなか無いですよ～…

では続いて、角柱の下底から為される相貫点を求めていきましょう. 上底はもうすることがないので、以後、平面図の長方形 = 角柱の下底を表すものと考えてください.

最初に示したイメージを頭に思い浮かべながら、角柱の辺と角錐の面の交点を求めます. ③ 相貫点を求める問題が、直線と平面の交点を求める問題に帰着できるわけです. 最近こればかりですよ～? 試験に出るんでしょうかね、やっぱり…?

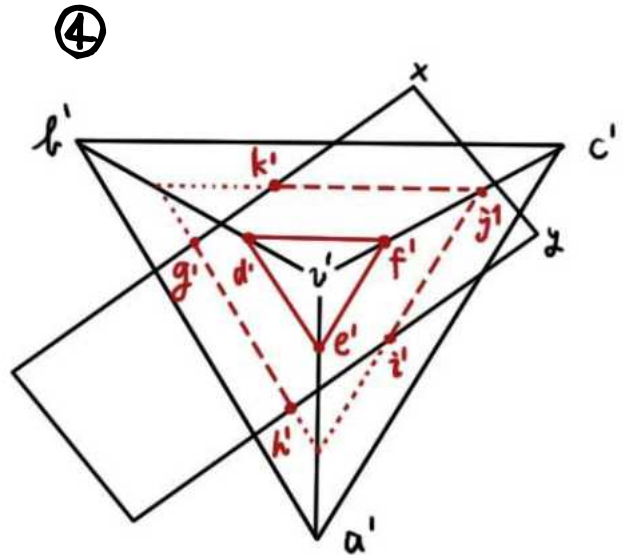
【改訂版注：出ました.】



これと同様にどんどん交点を求めていけばいいのですが、さっきも申しましたように**角柱の下底も地面に平行**ですので、下側の相貫線も正三角形の形をなすことは明らかです。④なので一つ交点が求まれば理論上全部おっけーなのですが、この方法は一つの点に頼りきりなので、誤差が大きくなることも考えられます。2点、例えば k' と g' とかを求めてみて、実際に正三角形上に乗っているか、ちゃんと確かめてくださいね。

悩みどころはもうひとつあります。 $v'c'$ 上だけ交点の形が違うんですよね。下底の辺 $x'y'$ は角錐と実際には交わってないからです。試しに、交点を求めてみようと作図すると、実際に「交点無し」と確かめることができます。⑤

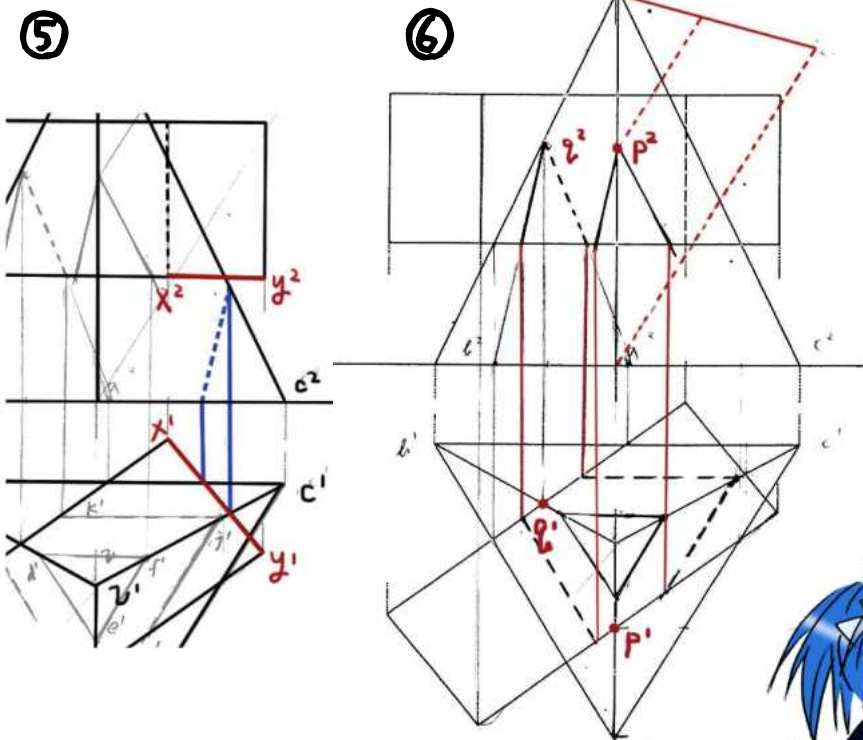
横側の相貫面(?)はちょっと想像しにくいですが、立体図を頭に描きながら考えてみてください。⑥ 最初の立体イメージも参照して下さい。



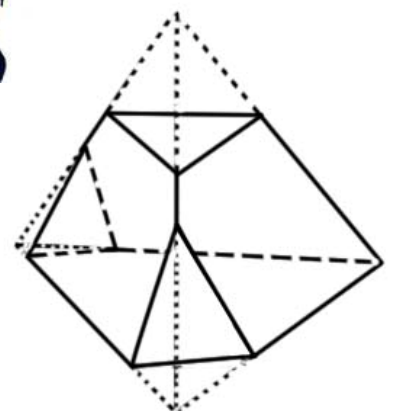
この面は角錐の側面上にあり、地面に垂直なので、平面図では直線に見えています。 p^2 は比例配分などで高さを決定しましょう。 q^2 とは(一般に)高さが違います。…手作業では、同じような感じになっちゃいますけどね…… q^2 から横に線を引っ張って p^2 、とか作図した跡が残っていると減点されちゃいますよ



私のスペースがないです



⑦



【改訂版・作者注】「共通部分の形状を示せ」というのは、以上のように解答することであって、立体のイラスト⑦を描け、ということではないらしいです。

~~みんな頑張ってイラスト描いたのに…まぎらわし~~
~~いっつーの~~

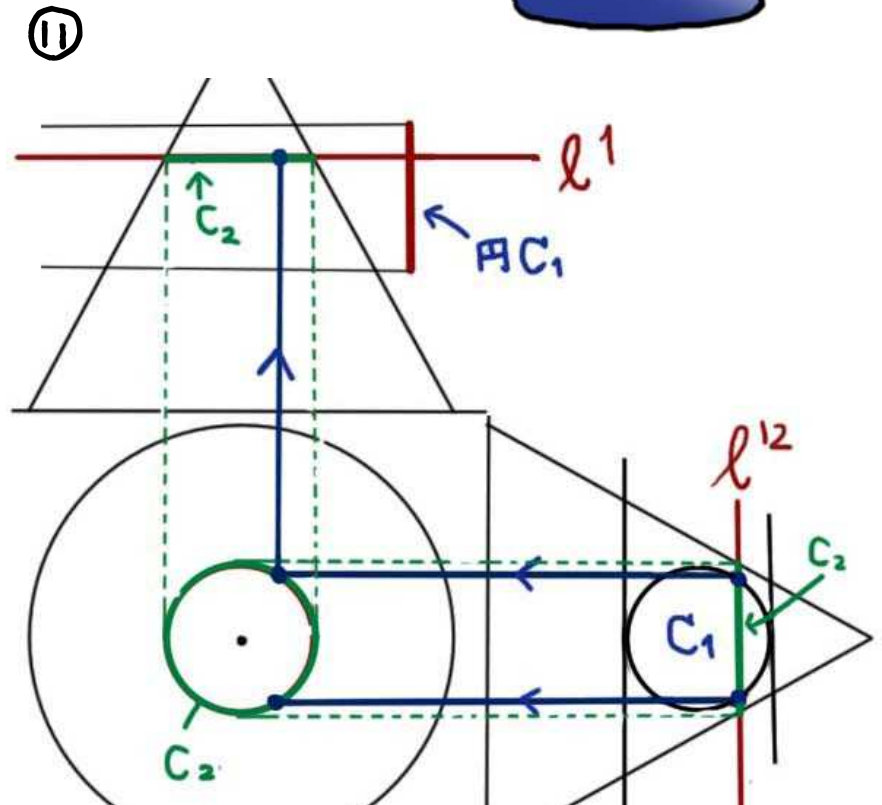
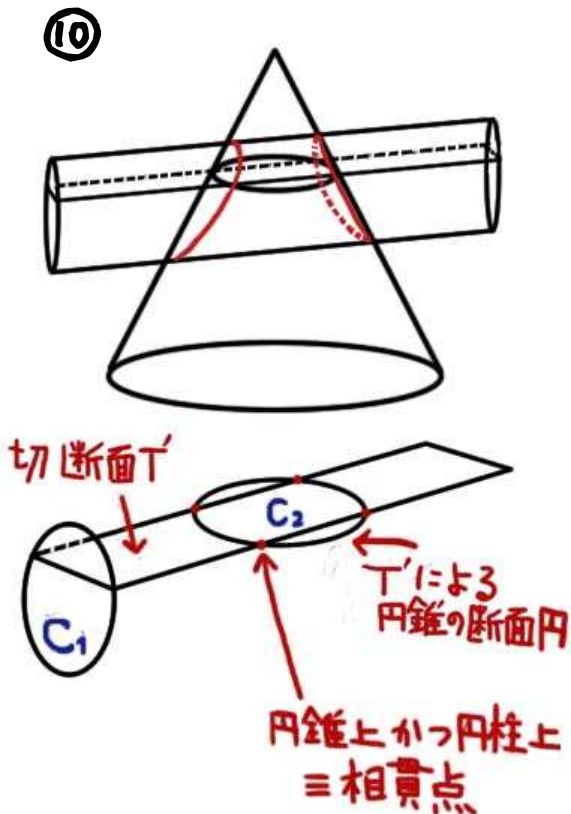
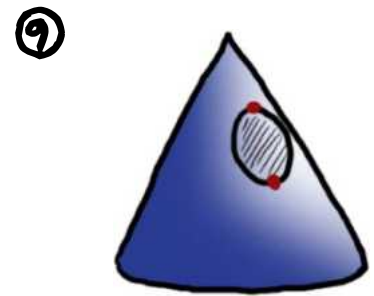
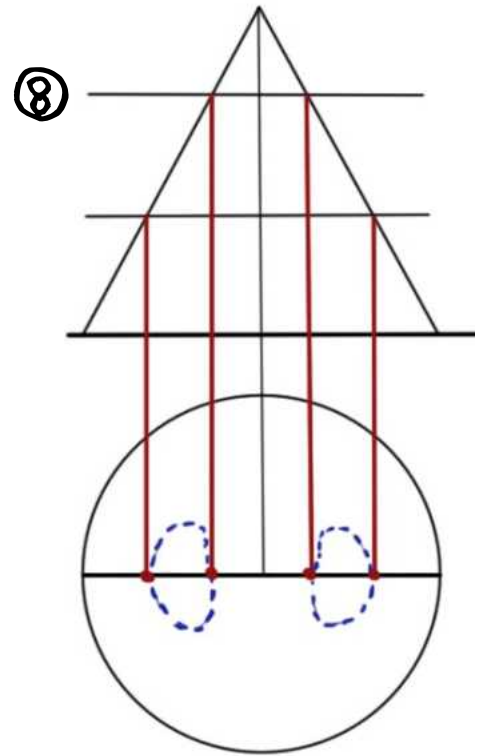
2. 円錐と円柱の相貫線(MINI)

次に円錐と円柱の場合を考えます。美術室によくあるアしですよ。夜の学校で動く胸像と同じ材質っぽいアしですよ。私美術部だったこともあります。アしのデッサンとかしたことはないです。し今でもできません。

これも気負う必要は無いですよ。副立面図と断面だけで解けます。まずは、最上点と最下点が見たままなので、平面図に対応させましょう。⑧ どんな切り口円ができるのか、想像しながらカキカキします。⑨

次に、円錐を任意の平面 T' (// 地面)で切断し、その断面円 C_2 を考えます。⑩~⑪ 相貫点とは、どちらの立体の表面上にもある点ですから、⑩副立面図で見て、 C_2 (直線)上かつ C_1 上の点が相貫点になっているわけです。御主人様も⑩を見て考えてみて下さい。

T' を他にも幾つかとって、相貫点を線で結べば完成です。



*⑩⑪はちょっとややこしいです。納得できるまでウンウンうなっってくださいね♪

以上が普通の解法だと思いますが、ちょっとマニアックな別解もあります。回転軸が交わる2回転体の相貫を使ってみましょう。

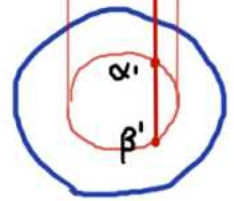
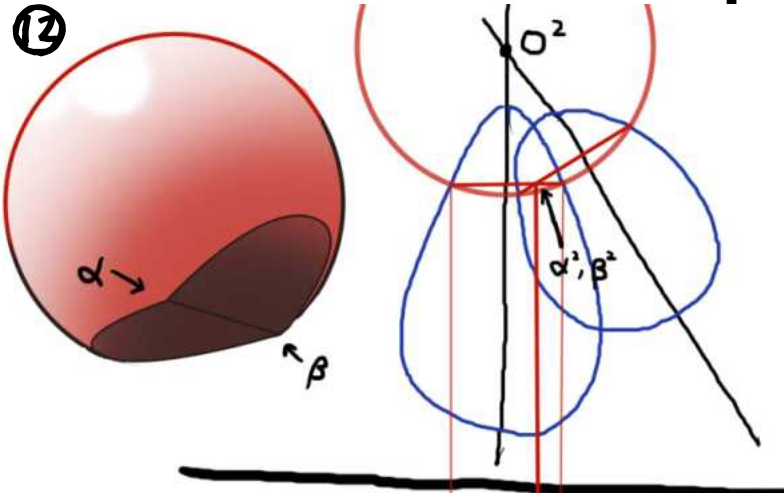
軸が交わるならば、その軸中心の半径任意の球(円)を描き、それぞれの交点を通る2直線の交点…あれあれ？混乱してきちゃいましたま…軸に平行な、いや、垂直でかつ任意半径の円との交点…あれ？円との交点を通る二直線……

……
……

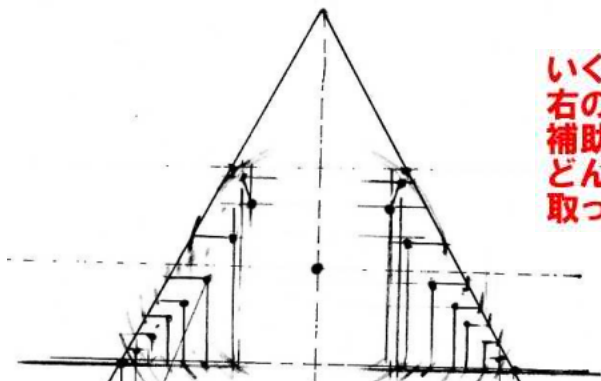
…こっこの図を見れば簡単ですよね御主人様！

⑫ つつつまりこの球面上に、2つの回転体の断面円が乗っかっているの、その交点 α 、 β が相貫点になっているのです。こんな球をいくつか描くことで、相貫点がたくさん作図できますよね。

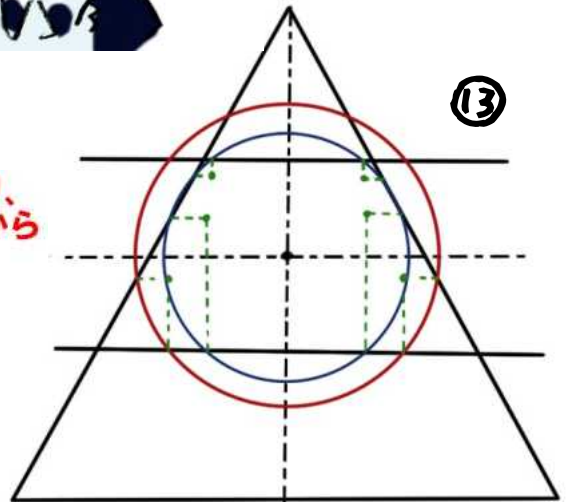
本問では、この解法、意外とラクキンなのです。副立面も描かなくていいですし。⑬~⑭



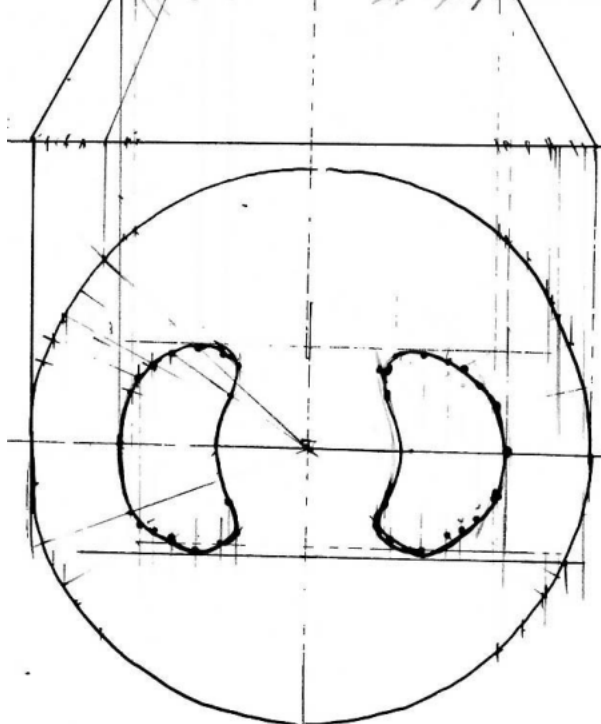
いくつか円を取り、右のように交点から補助線を引いてどんどん点を取っていきます



⑭



作図例⑭は、私、頑張りましたけど、さすがにここまでやらなくてもいいです。平面図に対応点を描くのがちょっと手間かかりますが、メイドの法則3「鐘は母線の足が大事」によればできます。私はこっちの解法のほうがオススメですよ～



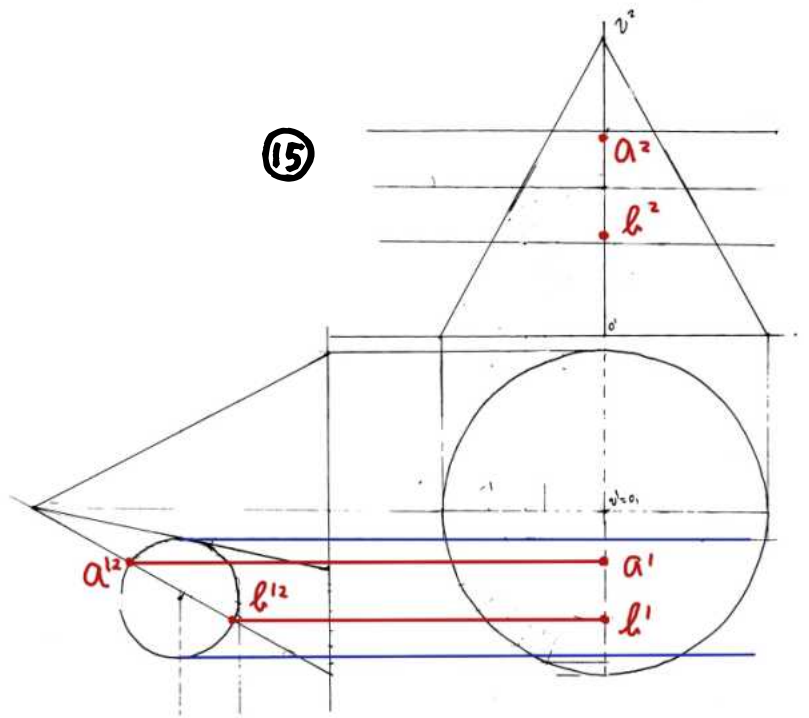
3. 円錐と円柱の相貫線(M2N2)

ではでは、いよいよ、本年のつつきにくさNo.1の問題に移りましょう。⑮

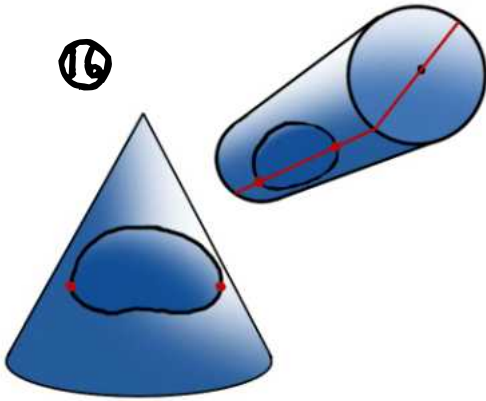
これも、まずは最上点と最下点——と言いたいんですけど、実は**bは最下点ではありません**。最下に近いですが、**少し上がった点**になっています。この理由は補足に示します。

最下点cは、副立面図で見て、円柱の断面の円の最下点に対応しています。また、最左点は、“母線に垂直な線”と円の交点d¹²に対応しています。これは、円錐表面からみて、最も遠い点だからです。…説明、しにくいですう～…

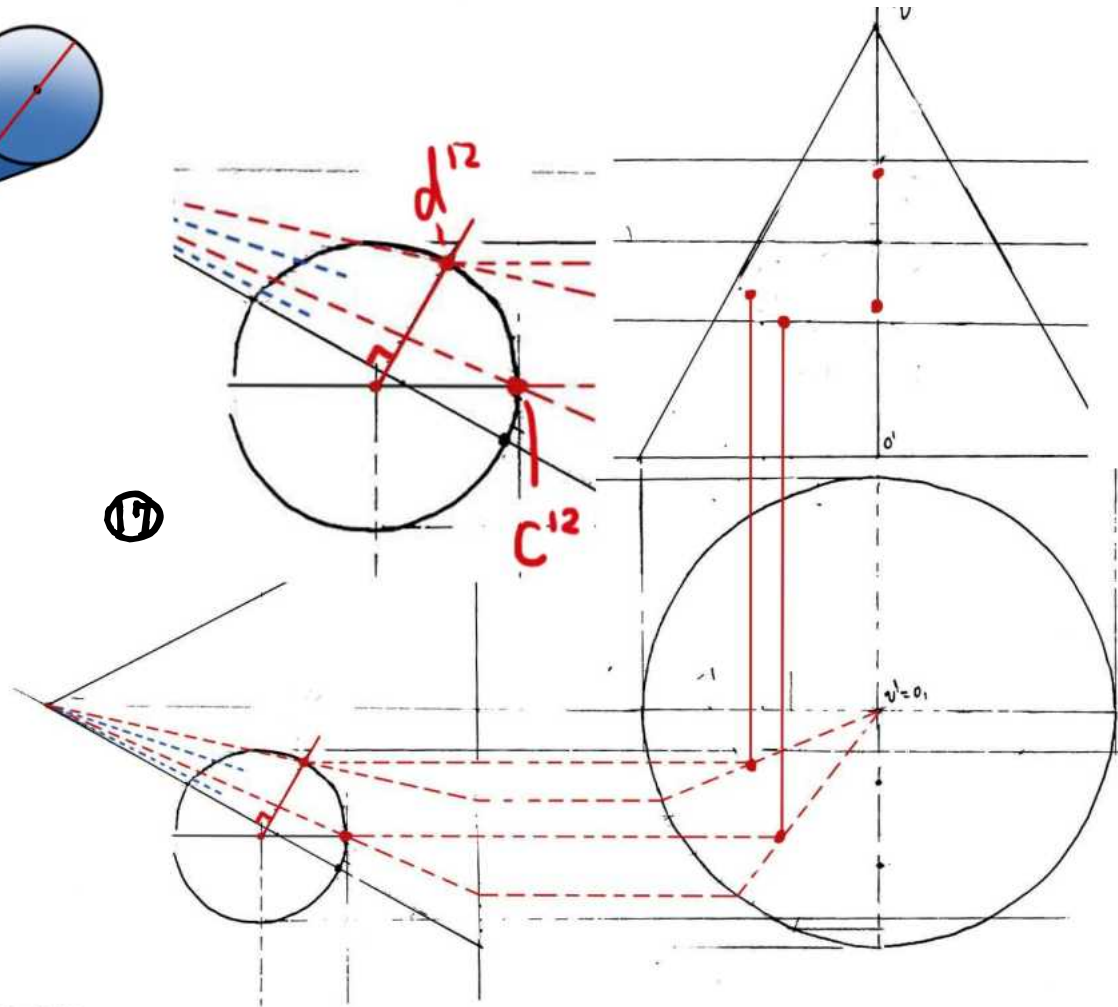
⑮



⑯



⑰



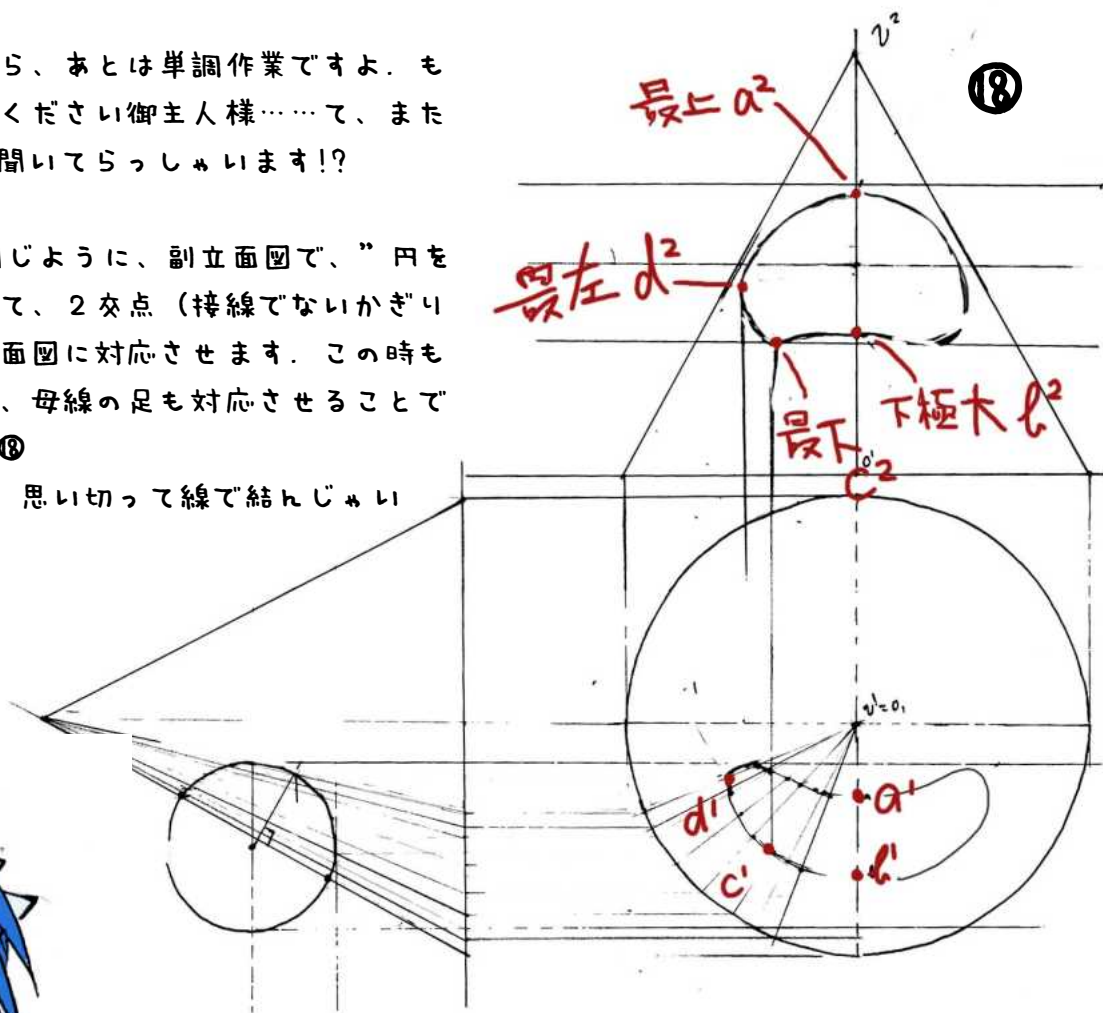
最右点や最左点は、“一番左右に大きくえぐられた点”なんですよ。で、一番大きくえぐるのは、“円錐表面から最も遠い辺”(円柱の辺)であるわけですから…⑯⑰う～～…これ以上上手く言えないですう～～…ごめんなさいです…

主な相貫点が求まったら、あとは単調作業ですよ。もう少しですから頑張ってください御主人様……て、また寝てるじゃないですか！聞いてらっしゃいます!?

こほほ。

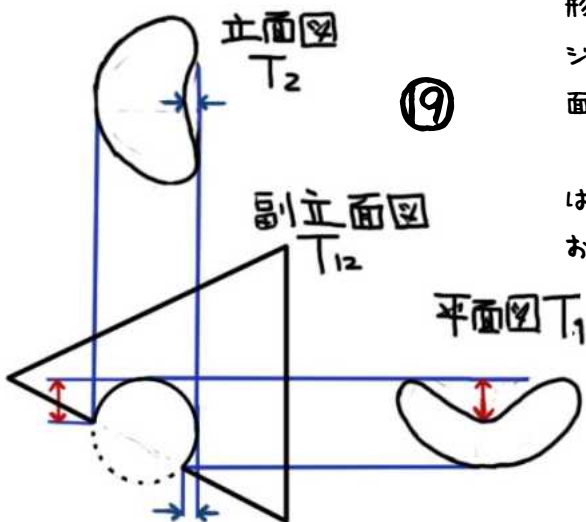
$c^{12} \rightarrow c'$ や $d^{12} \rightarrow d'$ と同じように、副立面図で、“円を通る任意の母線”を引いて、2交点（接線でないかぎり2つありますよね）を平面図に対応させます。この時もちろん、法則3により、母線の足も対応させることで作図していきましょう。⑱

ある程度点をとったら、思い切って線で結んじゃいましょう。



最後に、相貫線のなす形についての補足です。円柱を円と見ている副立面図で考えると分かりやすいです。⑲……て、図を見て頂ければ、これ以上言うことないんですけど……副立面図の形を、上から・横からみるとどうなるか、図を見ながらイメージしてみてください。副立面図とそこの円を描いた時点で、立面図・平面図の相貫線の形を推定しておく作業が早いですね。

はい、おしまいです。今年もお疲れ様でした！紅茶とケーキをお持ちいたしますので、ゆっくりなさって下さいませv



メイドの法則1

「メイドさんはラバットメント」

法則2

「直線と平面の交点問題に帰着」

法則3

「錐は母線の足が大事」



協力頂いた方々
北川シケ長 YK

聴いていたもの
「もしも明日が晴れならば」
「あなたを照らす、月になりましょう」
他多数

製作 RAG
製作指揮 YK