第一版 2005/12/04
改訂版 2006/04/28
version 1.1 2006/04/29
文字化け対策.

萌える図形科学

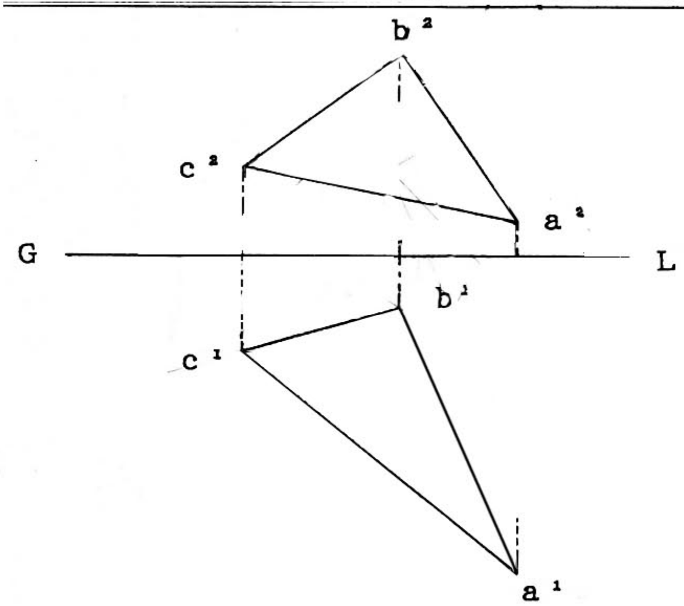
第Ⅳ章
PL. 2 多面体

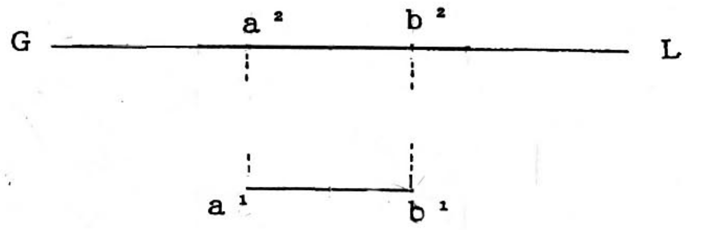
幸福でありたいというのか. まず苦悩することを覚えよ.

——イワン・セルゲーヴィッチ・ツルゲーネフ
Иван Сергеевич Тургенев

ＰＬ．２　(2005／12／1出題)

△ＡＢＣ上に１辺をＡＢとする正三角形ＡＢＤをつくり
それを底面とする正４面体Ｖ－ＡＢＤを作れ。





T_1上の直線ＡＢを１辺とし、底面をT_1上に持つ正１２面体を作れ。

夜遅くまでお勉強お疲れさまです～っ！
夜食をお持ちしましたよ　みそ煮込みうどんですよ～！おみその色塗り忘れとかそ～ゆんじゃないですからね！
さてさて課題その2.多面体です！正四面体と正十二面体が描けるようになります！
…今後そんな の描く機会あるのかとか独立した感のある課題なので使う技法が他とは違っていてこれって練習になるのかならないのかとか色々言いたいことは置いといて今週もてきぱき終わらせてしまいましょう！

でもその前におみそ食べましょうねおみそ.

1. 正四面体

ではまず四面体からこなしていくことにしましょう。

一辺が AB の正三角形を求めるところから始めます。ななめってる状態では正三角形も何も作図できないので、実形表現、すなわち△ABC のラバットを行います。

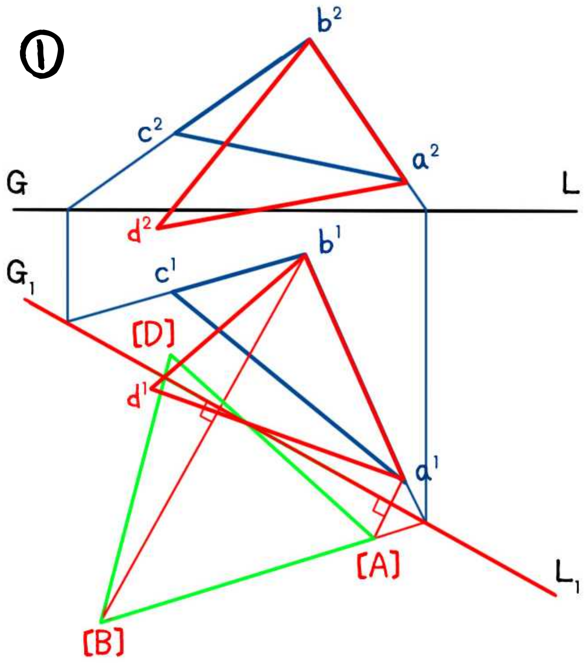
三角形を、**三角形が乗っかっている平面ごとパタンと地面に倒す**ことで、三角形の実形が平面図上に表れることは前章で扱いましたね！　→Ⅲ章 ラバットメントぉ

副立面図 T2¹に正三角形を作図し、平面図続いて立面図にもdを移していきます。 ①　※正三角形はもうひとつ考えられますがここではひとつについてだけ議論します。

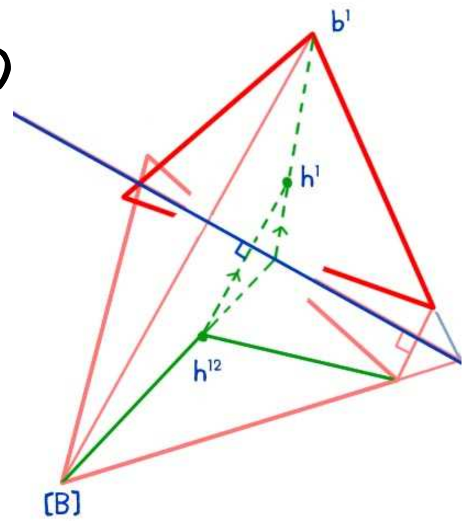
ここに、辺a¹d¹と[A][D]は水平跡線上一点で必ず交わりますね。このことに少しでも疑問を感じたら前章をもう一度復習しておいてくださいまし御主人様。

…あっ！描き忘れてしまいましたが、実形三角形の中心Hは大事なのできちんと作図して、平面図立面図へ同様に移しておいて下さい！ごめんなさいです… ②

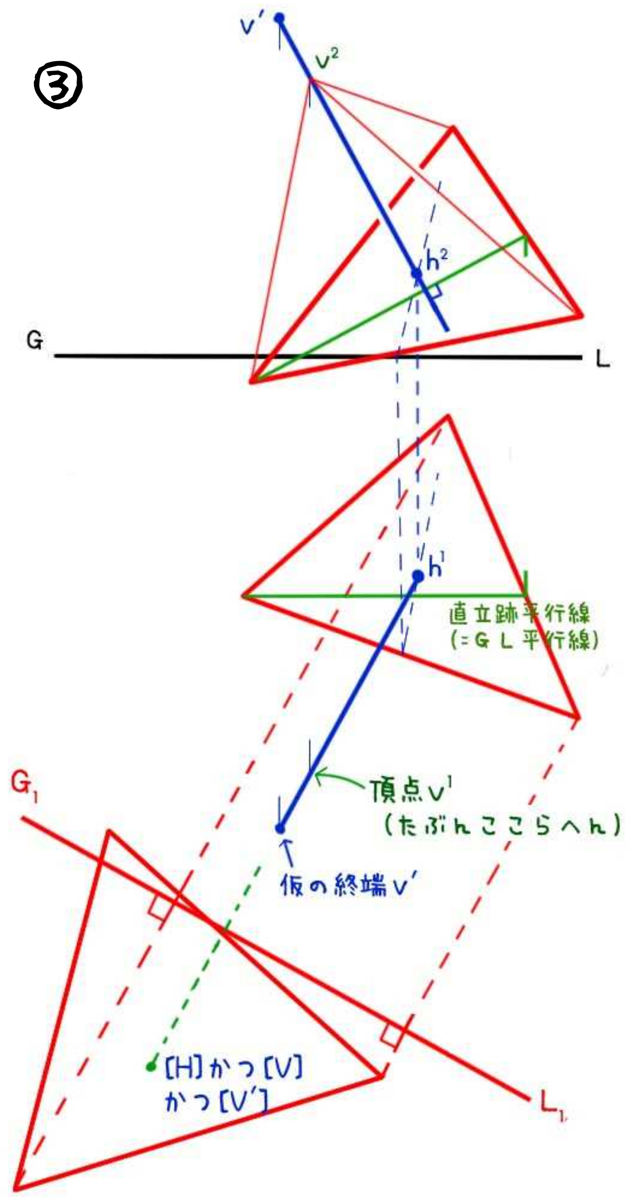
①



②



③



さて、正三角形と水平跡線が重なっていてややこしいので、ちょっとラバット図を離して考えてみましょう。③

ラバット図は、**正四面体の底辺の実形**＝**正四面体を真上から見た図**ですね。つまり、立体の頂点Vと底面の中心Hはラバット図で重なっているのです。そうすると平面図・立面図で$(\sqrt{6}/3)a$であるような"高さ"のベクトル方向が決定できます。

…と思いたいのですが立面図のほう(v^2h^2)はちょっと難しいのです。ミもフタもなく言ってしまえば、左のように、直立跡平行線(と言うらしいです)を描き、**それに垂直となるように** v^2h^2 方向を定めればいいのですが…これを詳しく説明するにはちょっと脱線が必要です。この知識を他の課題で使うことはなさそうですし、なにより教官が跡平行線を描けとプリントに記してくださっているので、いつものように説明は蛇足になりますが…

飛ばしてもいいです．蛇足補足。垂直関係

VH は正四面体の”高さ”なので、底面上の任意の直線と垂直なのは当たり前ですが、それじゃ答えになってませんよね．テキトーに線を引いても T^2 上では垂直になってくれませんから．なぜ直立跡平行線を選んだのか、という問題なのです．

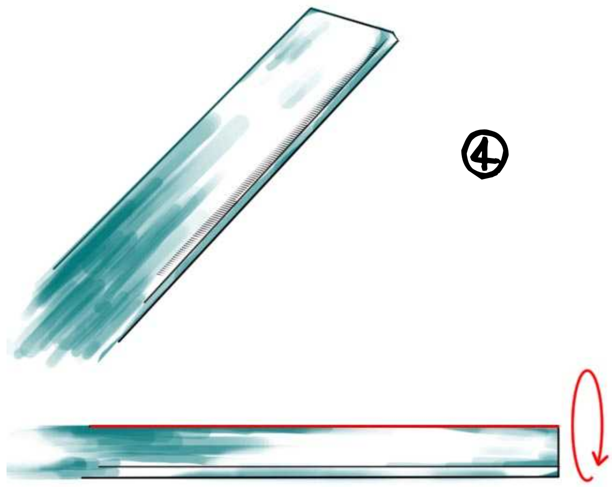
ここで垂直関係の投影について考えてみましょう．

一般に、垂直関係にある２直線も、垂直には見えません(＝投影されません)．定規(中国地方ではサシと言います！)の角は 90° には見えませんよね．④

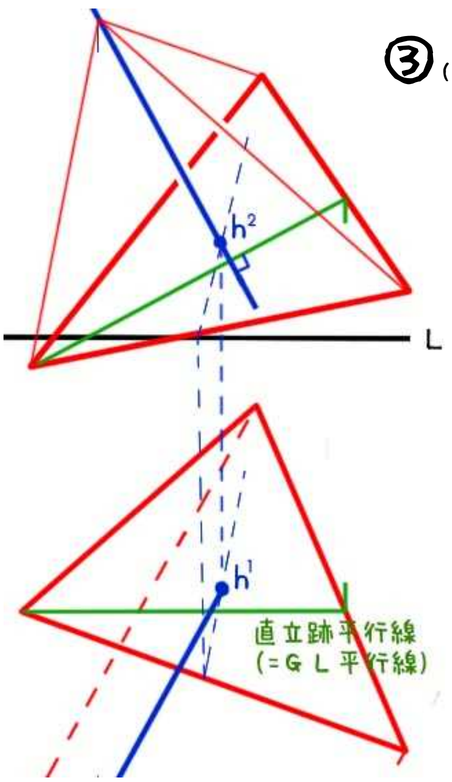
では、垂直が垂直に見えるのはどんな時でしょうか？定規を真上から見ればいい、なんてのはナシですよ．

答えは、「そのうち一方の辺を視線と垂直にする」です．視線と垂直である直線に、さらに垂直な∀線分は 90° のまま見えるのです．実際に定規をまわして確かめてみてください．【この条件を満たせば、他方の辺に拘束条件は無く、自由に動かせます．「真上から見る」というのも実はこのうちに含まれていますね．】

ではこのことを念頭に置いて、もう一度直立跡平行線を見てみましょう．

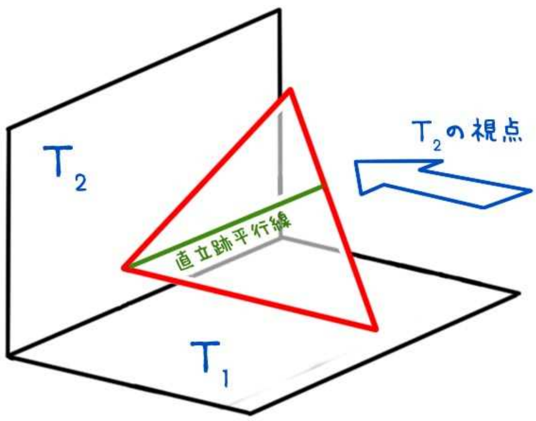


④



③(再掲)(部分)

⑤



③⑤…なるほど確かに、直立跡平行線は T^2 への視線に対して垂直になってますね．つまりこの直線を用いれば、

高さ VH ⊥ 底面上の直線

の関係が T^2 においても崩れないわけです．

よってこのことを用いて、”跡平行線(←緑)と垂直なように”V^2h^2 が T^2 上でも作図できるのです．

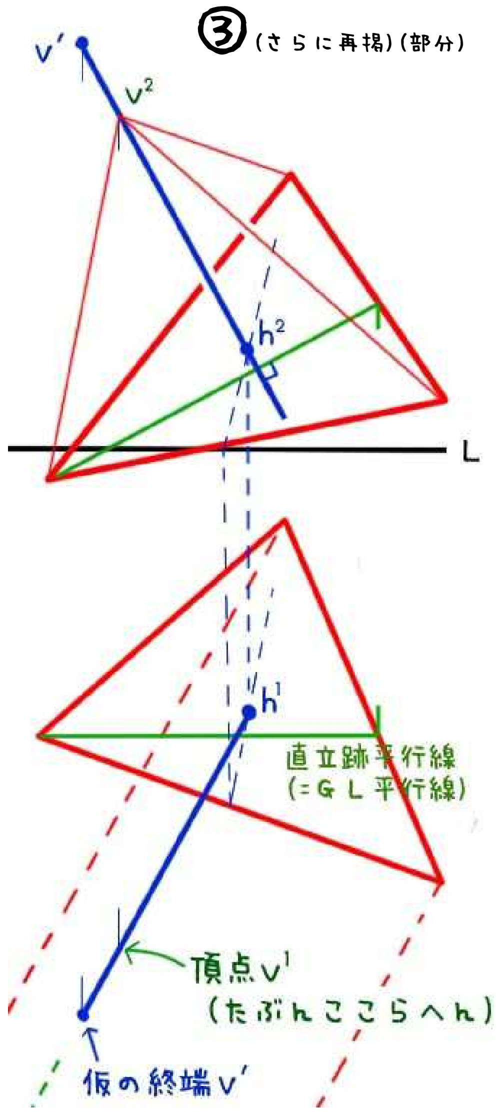
では、話を元に戻します．頂点Vがのっている直線が決定できたので、実際にVの位置を作図していきましょう．

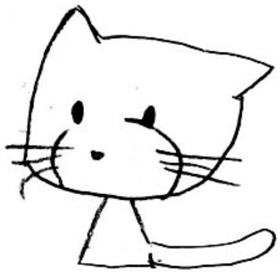
(注1)直線として扱いやすくする為に仮の終端点V′を置きます．目測でだいたいVより遠くにしておきましょう．Vより短いと、後で面倒になりますです．

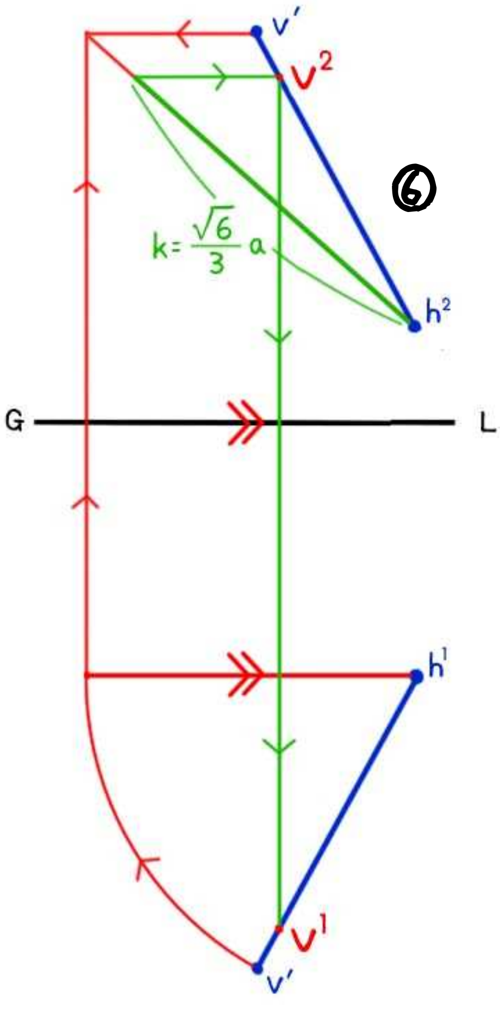
(注2)もちろん、この青色の直線の反対側にも、頂点Vは作図できます．前述のように正三角形ABDも2通り描けるので、最終的に答えとなる正四面体は2×2＝4通りできますが、ここでは一つだけ扱います．また、答案としても、一つだけ記せば十分です．

正四面体の高さは$(\sqrt{6}/3)a$で、この長さをv^1h^1やv^2h^2に写しとらなければいけません．これには「与長問題」というテクニックを使います．おそらく、この課題が出される週の授業プリントに、これヒントとばかりに掲載されているはずです．先生の解説も入った気がしますですね．

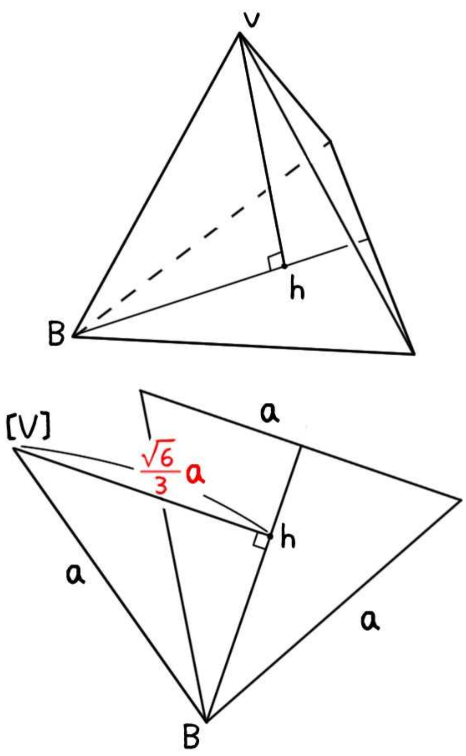
与長計算も簡単な作図で便利です．⑥　$k=(\sqrt{6}/3)a$も、立体図を思い描きつつ、⑦のように正三角形から測りとることができます．







⑥

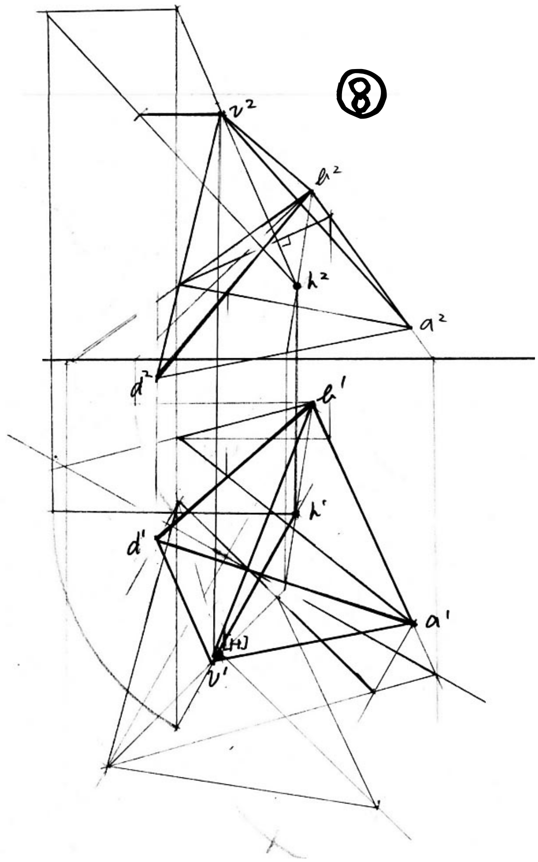


⑦

底辺と頂点Vが決定できたので、正四面体が完成です．⑧は解答例です．念のため「答えは4つあるが1つのみ記す」とか書いておけば安心です．

与えられたABが小さいので、全体として作図しにくく、人それぞれで差が激しいです． 1mm以上ズレることもありました．(誤差の幅がちょっとやばいレベルですが…)あんまり神経質になる必要はないと思われます．~~これからも小さすぎて解答しにくい課題なんて山ほd~~ごほごほ．

以上で四面体は終わりですが、最後に、与長問題の原理解説を簡単にこなしておくことにしますです．これも原理の知識が必須というわけではありませんが、できれば御主人様もお暇な時に目を通しておいてくださいませませ♪



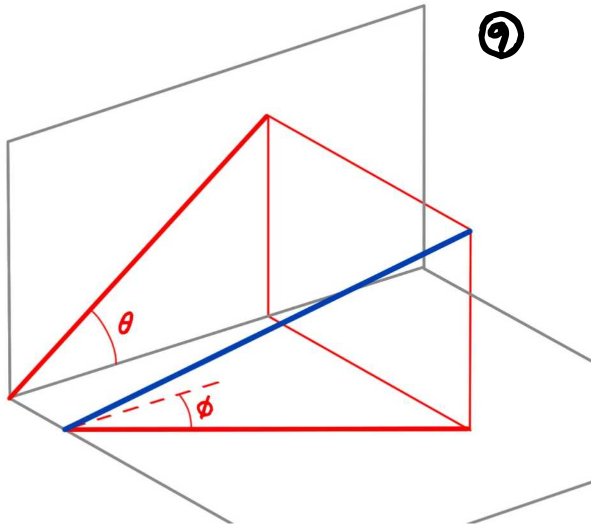
蛇足補足．与長問題

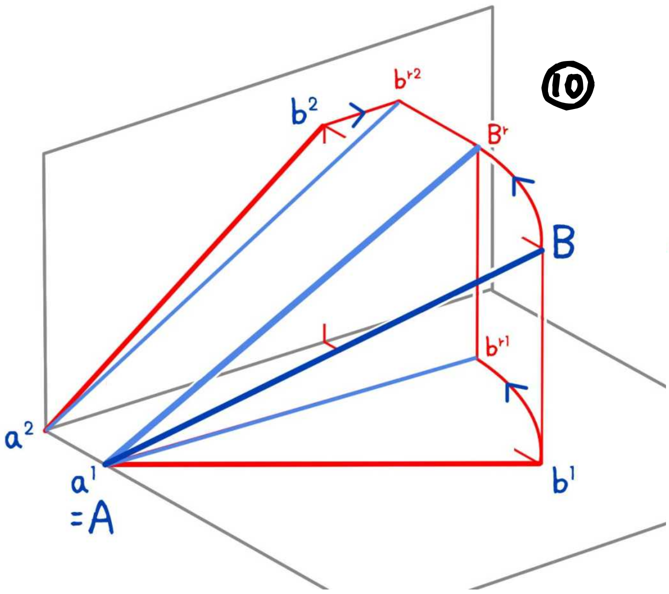
一般に、空間中の直線ABは直立傾角θと水平傾角ϕによって、T^1、T^2どちらにおいても"ナナメっている"ので、投影図上で本当の長さは分かりません．⑨

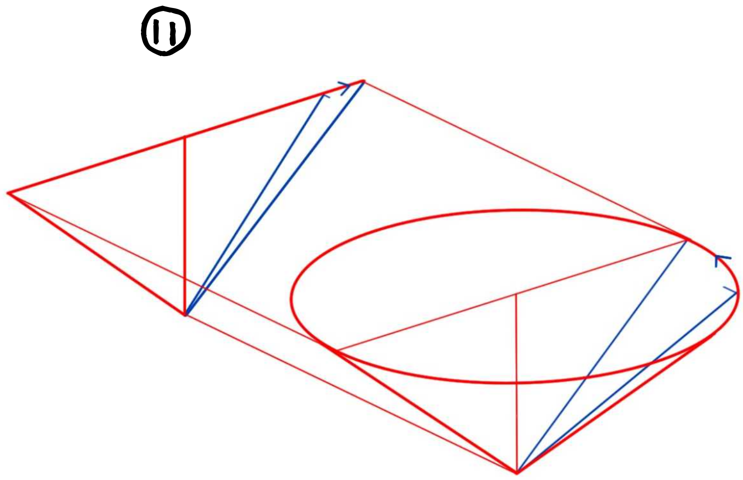
そこで、(例えば)Aを中心にして空間中で回転させ、$\phi \to 0$に($B \to B'$に)もっていってみましょう．⑩

【ここでT^2での動き($b^2 \to b'^2$)が分かりにくい場合は、⑪を参考にして下さい．】

$\phi = 0$ならば、直線ABの長さ、すなわちAB'の長さが立面図T^2に実長表現されることが⑩によりはっきり分かりますね．

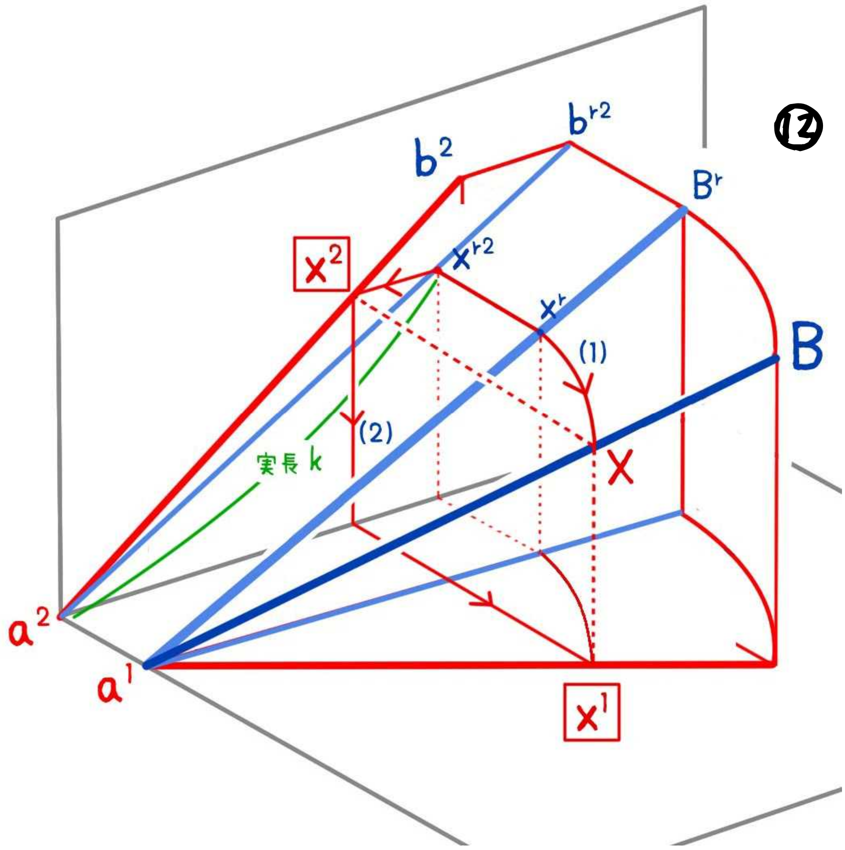






あとは、実長表現された a^2b^{r2} 上に欲しい長さｋをとり、逆の手順でｋをＡＢに戻せば、与長を直線に写しとる作業が完成します．⑫

ただし、実際には、逆の手順(1)はまた円弧を描かなきゃいけなくてメンドくさいので、その代わりにルート(2)を用います．以上のような操作を正投影図で見れば、⑥のような作図となります．



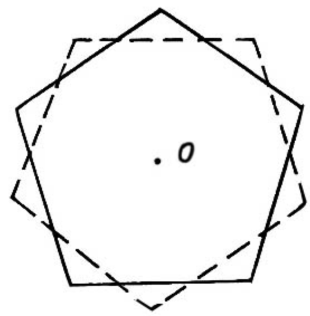
⑫

2．正拾弐面体

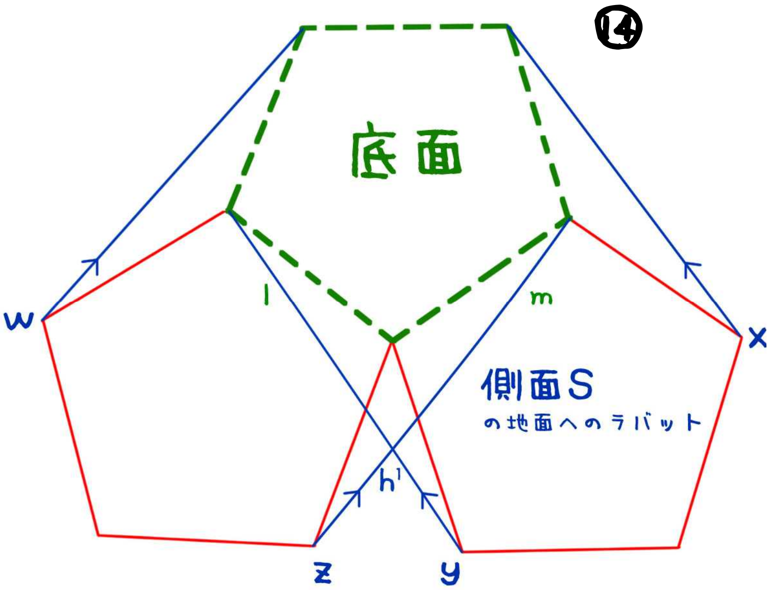
やばいです四面体終わった時点で６ページ半じゃないですかやばいですよどうしましょう…

まず平面図から始めます．正十二面体の各面は五角形ですね．五角形の描き方については教科書 P.20 に詳しく載っていますのでここでは割愛させて頂きます．⑬たまには御主人様も教科書パラパラしてみてくださいな．~~大部分は意味不明ですが~~ここのページ辺りは興味深いですね．ちなみに「埋め尽くし」は 2005 年度に記述問題として出題されました．

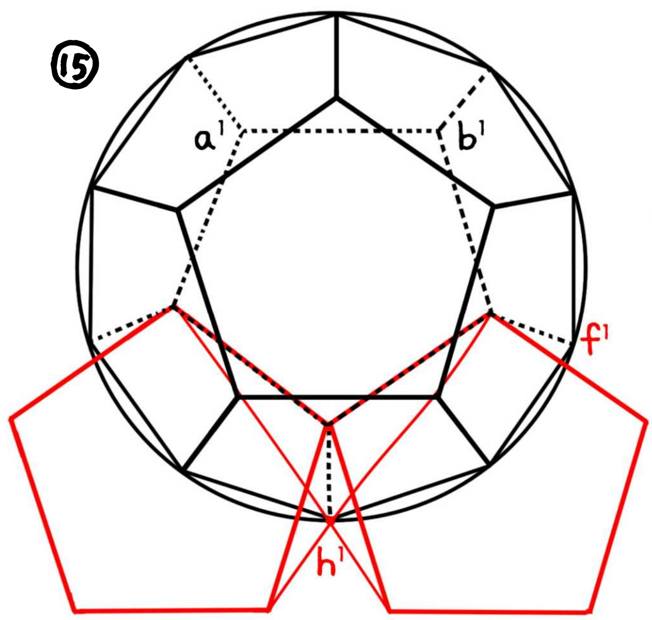
⑬ (第一版から再掲)



⑭



⑮

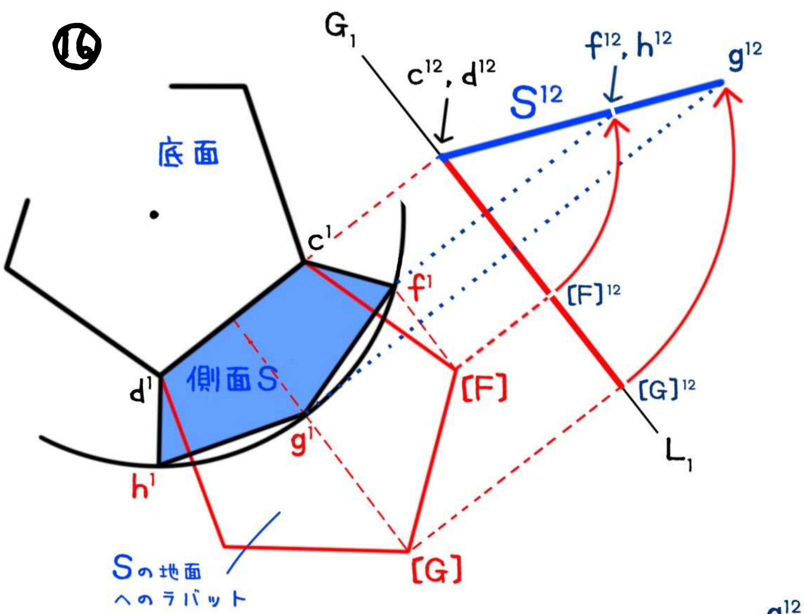


あわわ…イラストと文章がページまたいじゃいました…！メイドの図学始まって以来の失策(エラー)ですぅ…もしページ単位で表示されて前のページが見えないようなら、表示(V)—ページレイアウト(L)—連続ページにチェックを入れてください.

⑭は、側面 S を、底面との共有辺を軸にして地面へ倒した様子です.まずはこのように側面五角形を描きましょう.(側面の5つ全部を描いてもいいですが、実際には2つだけで事足ります.)

″側面″S の倒し／起こしは、底面との共有辺を軸にするのですから、平面図では、その軸と垂直に点 x ～ w の軌跡(l、m など)が描けますね.ところが、空間中では y と z は同じ点なのですから、当然、軌跡同士の交点でごっつんこすることになります.以上のように考えれば、y と z の位置 h^1 が決定できますね.あとは対称性から、h^1 を通る円上に全ての″側面の頂点″が作図できます.⑮

⑯



さて、平面図は完成しましたので、立面図に入りましょう.全ての頂点は平面図に記すことができたので、あと必要な情報は各点の高さだけです.

ここでもさっきと同じように、側面五角形を倒したり起こしたりのイメージを使います.

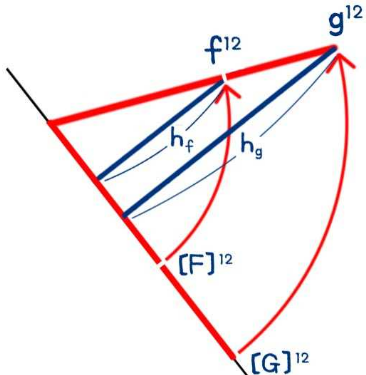
⑯のように、この側面 S について副投影をとれば、S の各頂点の高さは簡単に調べることが出来ます！⑰

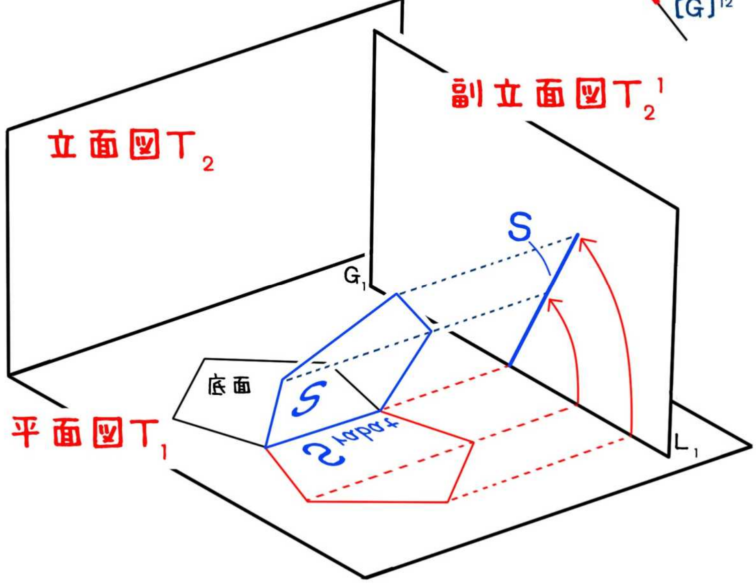
$[F]^{12}$ や $[G]^{12}$ はもちろん、それぞれ、f^1、g^1 と横に並ぶ位置まで回します.立体図では⑱のようになっています.

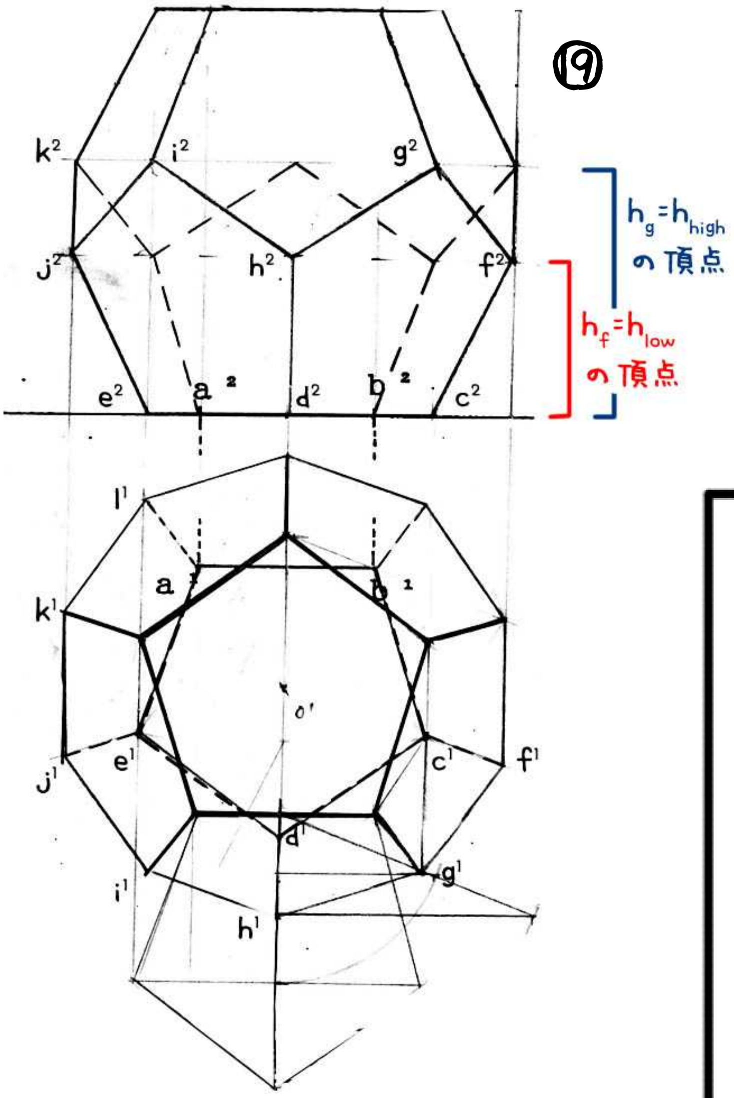
側面のうち、高い方の頂点、低い方の頂点それぞれの高さを正確にコンパスで測りとれば、作図はほとんど完成です.

⑰ →

⑱ ↓





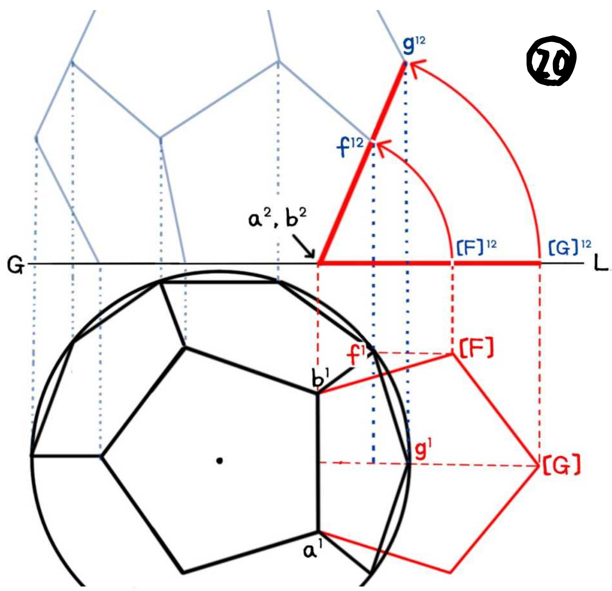


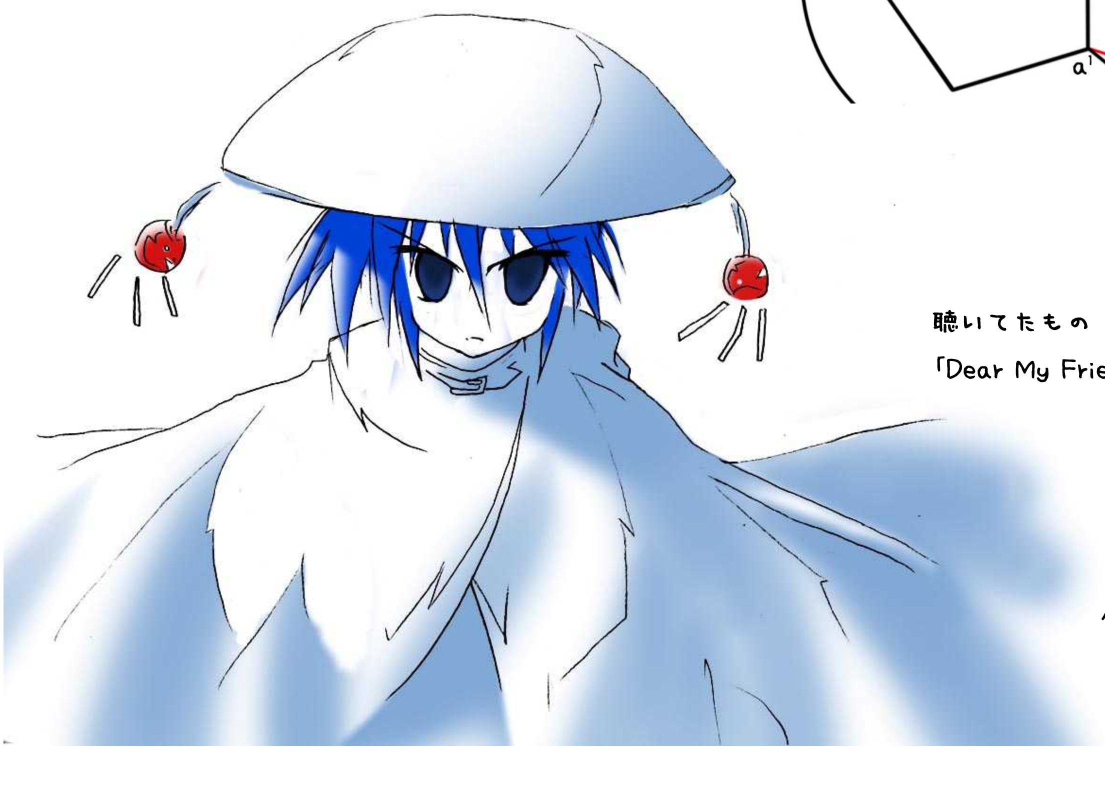
対応する頂点の位置に注意しながら、⑱から測りとった高さをとっていきましょう.⑲⑳
各点の名前はわたしの説明のためにつけたものなので、解答用紙に書く必要は全くありません.

なんだかあっけない感じがしますが正十二面体もこれでおしまいです！
はい、今週もお疲れ様でした御主人様！

蛇足補足.

もし、与えられるABすなわち底面が、たとえば90°回したものであったら、頂点の高さは副投影をとるまでもなく、そのまま立面図に作図することができます.⑳ その場合はもちろん、立面図も変わってきます.





聴いてたもの
「Dear My Friend」「昔、夢見てたことは」

製作　RAG
製作指揮　YK

「立ち画のないシケプリに価値は無い」
――YK