数学2　加藤晃史　2008年過去問解答
間違い、誤植は覚悟してね♪byハマ

質問があれば俺まで。口調が気に入らんとかの文句は受け付けませんw

一、$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -3 & -1 & -11 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & 1 & -1 & -5 \\ -2 & 1 & 4 & 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ に3列目と4列目の列交換を1度含む基本変形を施すと

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 4 & -19 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -22 & 82 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 9 & -30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

となる。(たぶん一例)

これより拡大係数行列の階数は3。係数行列の階数は拡大係数行列と一致するだろう。ってかするはず。だから3。

また $\begin{matrix} x_1 - x_3 + 4x_5 = -19 \\ x_2 - 22x_5 = 82 \\ x_4 + 9x_5 = -30 \end{matrix}$ だから、$\begin{matrix} x_1 = s - 4t - 19 \\ x_2 = 22t + 82 \\ x_3 = s \\ x_4 = -9t - 30 \\ x_5 = t \end{matrix}$

変数入れ替わってるから注意ね

二、$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ をテキトーに基本変形すると

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -7 & 4 & 4 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ になるので答えは $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ -7 & 4 & 4 & -5 \\ 4 & -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

三、任意の $s, t \in V$　$p \in \mathbb{R}$ にたいして、uを $u = s + t$ で定める。

u、psがfの条件を満たせばSはVの線形部分空間である。

① s(1)=0　t(1)=0　に対し、u(1)=s(1)+t(1)=0 , ps(1)=pt(1)=0 より○

② s(0)=t(0)=1　に対し、u(0)=s(0)+t(0)=2≠1　なので　×

③ s(-x)=-s(x) , t(-x)=-t(x) に対し、
u(-x)=s(-x)+t(-x)=-s(x)-t(x)=-u(x)　,　ps(-x)=-ps(x)　より○

④ $\int s(x)dx=\int t(x)dx=0$ に対し、

$\int u(x)dx=\int s(x)dx+\int t(x)dx=0$, $\int ps(x)dx=0$ より○

不定積分じゃなくて0から1までの定積分ね。数式入力むずいっす

⑤ s=-tのとき、u=0は二次式でない。しかもp=0のときps=0は二次式でない。よって×

⑥ $s=(x-1)^3 S, t=(x-1)^3 T$, $S,T\in V$ なるS、Tが存在する。

$u=s+t=(x-1)^3(S+T)$ ベクトル空間の定義より、 $S+T\in V$

$ps=p(x-1)S$ ベクトル空間の定義より、 $pS\in V$ よって○

⑦自信無し。

$sS=(x-1)^3$, $tT=(x-1)^3$, $S,T\in V$ なるS、Tが存在する。

$u=s+t=(1/S+1/T)(x-1)^3$ より $uU=(x-1)^3$ $U=(1/S+1/T)^{-1}$ だけど $U\in V$ かは謎。

じゃぁ $psS'=(x-1)^3$ とすると、任意のpに対してpS'=SとなるS'が存在するはず。

p=0のとき存在しないと思う。多分。 だから多分×

⑧ s'(S)=t'(T)=0となる $S,T\in\mathbb{R}$ が存在する。

(ps)'(S)=ps'(S)=0

u'(U)=s'(U)+t'(U)=0となる実数Uが存在するのか…？

たとえば $s=x^2, t=-(x-1)^2$ のとき、u'(x)=2は0にならない。 よって×

四、連立方程式から拡大係数行列を作る。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 1 & -1 & d_2 \\ 1 & -1 & 1 & d_3 \\ -1 & 1 & 1 & d_4 \end{pmatrix} \text{これをテキトーに基本変形すると} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d_2+d_3 \\ 0 & 1 & 0 & d_1-d_3 \\ 0 & 0 & 1 & d_1-d_2-d_3 \\ 0 & 0 & 0 & -2\mathrm{d}_1+2\mathrm{d}_2+3\mathrm{d}_3+d_4 \end{pmatrix}$$

つまり

$$x=d_2+d_3$$
$$y=d_1-d_3$$
$$z=d_1-d_2-d_3$$
$$0=-2\mathrm{d}_1+2\mathrm{d}_2+3\mathrm{d}_3+d_4$$

一点で交わる。⇔解が一つ存在する。⇔ $-2\mathrm{d}_1+2\mathrm{d}_2+3\mathrm{d}_3+d_4=0$ 終わり。

五、(´д`)ﾜｶﾗﾝ

六、範囲外。のはず。

七、与式より AB-B-A=0 つまり (B-I)(A-I)=I…①

また与式より、AB-B=A つまり(A-I)B=A…②

②の両辺に左から(B-I)をかけて①より B=(B-I)A つまり A+B=BA

これと与式より AB=BA

まとめ。

2 年とも大問 3 つくらいは作業クエストです。黄金魚なんか知らない w
とりあえず計算ミスさえしなければ大丈夫でしょう。
基本変形とかのやり方だけは最低限しっかりマスターしましょう。
多分それだけでも不可は無いはず・・・
残りはがんばって 2 問くらい解けたらいいね。

この解答で俺が分かってないところは誰か教えてください m(__)m

なかなかにハイレベルですし、逆評定によると、急に難化した年とかもあるらしいのでいちおー
ちゃんと対策しましょう。

では楽しい夏を♪