２０１０年度夏学期数学IB 中間試験問題

（２０１０年６月２日　１６：２０〜１７：５０）

担当：斉藤　義久

[1] $f(x)$ と a および n を以下のように与えるとき，テイラーの定理を用いて $f(x)$ を $x-a$ の n 次多項式で近似せよ．

(1) $f(x)=\sin x,\ a=1,\ n=7$ （ただし $\sin 1=\alpha,\ \cos 1=\beta$ として答えよ.）

(2) $f(x)=\sqrt{1+x},\ a=0,\ n$ は任意

[2] 次の関数の１階偏導関数を全て求めよ．

(1) $x^3-3xy+y^3$　　(2) $\sin\left(\dfrac{x}{y}\right)+\sin(xy)$　　(3) x^y-y^x

[3] $f(x,y)$ と (a,b) を以下のように与えるとき，曲面 $z=f(x,y)$ の $(a,b,f(a,b))$ における接平面を求めよ．

(1) $f(x,y)=x^4+2xy^2,\ (a,b)=(1,2)$

(2) $f(x,y)=\sin(x+2y),\ (a,b)=\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{12}\right)$

[4] $f=f(x,y)$ は C^2-級とする．$z=f(x,y),\ x=r\cos\theta,\ y=r\sin\theta$ とする．

(1) z の r, θ に関する１階の偏導関数を，z の x, y に関する１階偏導関数，および x, y を用いて表せ．

(2) z の r, θ に関する２階の偏導関数を，z の x, y に関する１階，２階の偏導関数，および x, y を用いて表せ．

[5] ２変数の C^2-級関数 $f=f(x,y)$ が $\partial_{xx}f=\partial_{yy}f$ を満たすための必要十分条件を求めよ．(ただし $\partial_{xy}f=0 \Leftrightarrow f(x,y)=g(x)+h(y)$ は証明せずに用いて良い.)

[6] (1) 「２変数関数 $f(x,y)$ が (a,b) で連続である」ことの定義を $\varepsilon-\delta$ 論法を用いて正確に書け．

以下，$f(x,y)$ を次のように定める：

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sin(\sqrt{x^2+y^2})} & (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & (x,y)=(0,0).\end{cases}$$

(2) $x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$ とする．$(x,y)\neq(0,0)$ のとき，f を r と θ で書け．

(3) $f(x,y)$ は $(0,0)$ で連続であることを示せ．