

(2)

[6]

$$(2) f(x) = \sin^3 x = \sin x (1 - \cos^2 x) = \sin x - \frac{1 + \cos 2x}{2} \sin x = \frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{2} \sin 3x - \frac{1}{2} \sin(-x) = \sin x - \frac{1}{2} \sin 3x$$

$$f'(x) = \cos x - \frac{3}{2} \cos 3x \quad f''(x) = -\sin x + \frac{9}{2} \sin 3x \quad f'''(x) = -\cos x + \frac{27}{2} \cos 3x \quad f^{(4)}(x) = \sin x - \frac{81}{2} \sin 3x$$

$x \rightarrow \infty$ のとき

$$f(x) = \frac{1}{k+1} \left(\frac{1}{(4k+1)!} \left(1 - \frac{3^{4k+1}}{2}\right) x^{4k+1} - \frac{1}{(4k-2)!} \left(1 - \frac{3^{4k-1}}{2}\right) x^{4k-1} \right)$$

よって収束速度 $\rightarrow \infty$ ($\because \sin x, \sin 3x$ の収束速度は $\rightarrow \infty$ ではない)