◎ 変数の数や条件が多い場合

定理 4.2.4（多変数版未定乗数定理）

$f(x_1,\cdots,x_n)$　$G(x_1,\cdots,x_n)$: C^1-級

$G(x_1,\cdots,x_n)=0$ は有界（$\mathbb{R}^n$ の中の超平面）

⇒ $G(x_1,\cdots,x_n)=0$ の下に、$f(x_1,\cdots,x_n)$ の最大値、最小値をとる点は次のいずれか

(1) $G(x_1,\cdots,x_n)=0$ の特異点。

$\left(G_{x_1}(x_1,\cdots,x_n)=G_{x_2}(x_1,\cdots,x_n)=\cdots=G_{x_n}(x_1\cdots x_n)=0\right)$

(2) $F(x_1,\cdots,x_n:\lambda)=f(x_1\cdots x_n)-\lambda G(x_1\cdots x_n)$　とおく時、

連立方程式　$F_{x_1}=0$　$F_{x_2}=0$　$F_{x_n}=0$
$G(x_1\cdots x_n)=0$　をみたす点

多変数版陰関数定理を使えば、定理 4.2.2 と同様に示せる。（略）

◎ 実は条件は1つでなくてもよい。

定理 4.2.5（一般形）

$k<n$ として、

$f(x_1\cdots,x_n)$, $G_1(x_1\cdots x_n)$, $\cdots$, $G_k(x_1\cdots x_n)$　C^1-級

かつ　　k個の超平面 $G_j=0$ $(1\leq j\leq k)$ の共通部分

$\{(x_1,\cdots,x_n)\in\mathbb{R}^n \mid G_j(x_1\cdots x_n)=0\ (1\leq j\leq k)\}$　は有界とする。

この時、k個の連立条件　$G_j(x_1\cdots x_n)=0$ $(1\leq j\leq k)$　の下に、

$f(x_1\cdots x_n)$ の最大値、最小値をとる点は次のいずれか.