(a, b, λ) の候補

$$\left(\sqrt{\tfrac{2}{3}},\ \tfrac{1}{\sqrt[4]{3}},\ \tfrac{\sqrt[4]{3}}{2\sqrt{2}}\right),\ \left(\sqrt{\tfrac{2}{3}},\ -\tfrac{1}{\sqrt[4]{3}},\ -\tfrac{\sqrt[4]{3}}{2\sqrt{2}}\right)$$

$$\left(-\sqrt{\tfrac{2}{3}},\ \tfrac{1}{\sqrt[4]{3}},\ -\tfrac{\sqrt[4]{3}}{2\sqrt{2}}\right),\ \left(-\sqrt{\tfrac{2}{3}},\ -\tfrac{1}{\sqrt[4]{3}},\ \tfrac{\sqrt[4]{3}}{2\sqrt{2}}\right)$$

各々の点に対する $f(a, b)$ の値

$$\frac{\sqrt{2}}{(\sqrt[4]{3})^3},\ -\frac{\sqrt{2}}{(\sqrt[4]{3})^3},\ -\frac{\sqrt{2}}{(\sqrt[4]{3})^3},\ \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt[4]{3})^3}$$

最大

最小

最大値：$\dfrac{\sqrt{2}}{(\sqrt[4]{3})^3}$ $\left((a, b) = \left(\pm\sqrt{\tfrac{2}{3}},\ \pm\tfrac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)\right)$

最小値：$-\dfrac{\sqrt{2}}{(\sqrt[4]{3})^3}$ $\left((a, b) = \left(\pm\sqrt{\tfrac{2}{3}},\ \mp\tfrac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)\right)$

注 「$G(x, y) = 0$ が有界」という条件は，最大，最小値が存在するために必要な条件だったが，もし，極値を知りたいだけなら「$G(x, y) = 0$ が有界」なる条件は外してもよい。

但し，ラグランジュの未定乗数法から求まるのはあくまでも"極値を与える点の候補"だけなので，$z = f(x, \varphi(x))$

それが本当に極値を与えているかどうかについては，別途議論が必要。

(最大，最小問題の時は気にしなくてよい)

例 4.2.2

$x^3 + y^3 - 3xy = 0$ の下で，$f(x, y) = xy$ の最大値を求めよ