

極値を求めるときは、 $(1, 0)$ $(-\frac{1}{3}, 0)$

$$f_{xx} = 6x - 2, \quad f_{yy} = 2y, \quad f_{xy} = 2(x-1)$$

$$H_f(1, 0) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \det H_f(1, 0) = 0 \quad \leftarrow \text{0と4の5は1}$$

$$H_f(-\frac{1}{3}, 0) = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix} \rightarrow \det H_f(-\frac{1}{3}, 0) = \frac{8}{3} > 0 \quad \leftarrow (-\frac{1}{3}, 0) \text{で極大}$$

$$A = -4 < 0$$

$$\textcircled{1} \det H_f(1, 0) = 0 \quad \text{このとき、} (1, 0) \text{ が極値をとり得るか?}$$

\rightarrow 1個の方向で2次元空間を動く。

$$f(1, y) = -1 \quad (\text{定数}) \text{ となり、} (1, 0) \text{ は極値をとり得ない。}$$

$$\text{よって } (-\frac{1}{3}, 0) \text{ で極大}$$

$$f(-\frac{1}{3}, 0) = -\frac{5}{27} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{5}{27}$$

(極大値は $\frac{5}{27}$.)