$$Hf(\pm 1, 0) = \begin{pmatrix} -4ae^{-1} & 0 \\ 0 & -2e^{-1}(a-b) \end{pmatrix}$$

$\det Hf(\pm 1, 0) = 8e^{-2}a(a-b) < 0 \rightarrow (\pm 1, 0, f(\pm 1, 0))$ に鞍点.

答: $(x, y) = (0, 0)$ の時 極小値 0 をとり
$(x, y) = (0, \pm 1)$ 〃 極大値 be^{-1} をとる。

注
(1): (x, y) が原点から遠ざかれば、0に収束
(2): 〃 $+\infty$に発散

(1)が0に収束するスピードの方が
(2)が$+\infty$に発散するスピードより速い.

$\rightarrow$ $f(x, y)$ は (x, y) が原点から遠ざかるに従って、0に収束する.

よって、$\begin{cases} f(0, 0) = 0 \text{ は最小値} \\ f(0, \pm 1) = be^{-1} \text{ は最大値.} \end{cases}$ //

例 3.8.8

$f(x, y) = x^3 - x^2 - x + xy^2 - y^2$

$f_x = 3x^2 - 2x - 1 + y^2$

$f_y = 2xy - 2y = 2y(x-1)$

$f_y = 0 \Rightarrow y = 0$ or $x = 1$

$x = 1$ の時 $f_x = y^2 \rightarrow y = 0$

$y = 0$ の時 $f_x = 3x^2 - 2x - 1 \rightarrow x = 1, -\frac{1}{3}$.