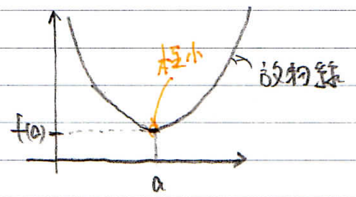
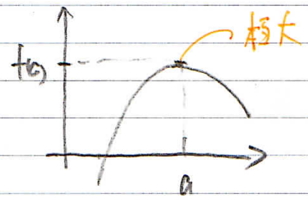
$f'(a) = 0$ なら

$f(a+h) \doteqdot f(a) + \dfrac{f''(a)}{2} h^2$ に近似してよい.

$f''(a) > 0$ の時.　　　$f''(a) < 0$ の時.





◎ 同じことを2変数でやってみる.

定理 3.8.1　(2変数版平均値の定理)

$f = f(x, y)$

$f(a+s, b+t) = f(a, b) + s\partial_x f(a+\theta s, b+\theta t) + t\partial_y f(a+\theta s, b+\theta t)$

なる $0 < \theta < 1$ が存在する.

証明　s, t を fix して.

$g(u) = f(a+su, b+tu)$ とおき, $g(u)$ に対して

1変数の平均値の定理を用いればよい.

定理 3.8.2　(2変数版テイラーの定理)

$f(x, y)$: C^n-級

$$f(a+s, b+t) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k!}\left(s\frac{\partial}{\partial x} + t\frac{\partial}{\partial y}\right)^k f(a, b) + \frac{1}{n!}\left(s\frac{\partial}{\partial x} + t\frac{\partial}{\partial y}\right)^n f(a+\theta s, b+\theta t) \quad (0<\theta<1)$$