㊟ 直感的には

極大 $\Longleftrightarrow$ $z=f(x,y)$ のグラフが $(a,b,f(a,b))$ を頂点とする山

極小 $\Longleftrightarrow$ 〃 谷

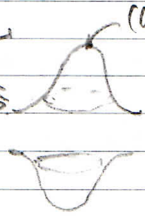

図 極値を求める方法は?

1変数の時

① $\dfrac{df}{dx}=0$ となる点を求める
② $\dfrac{d^2f}{dx^2}$ の正負
→ 増減表

なぜこれで極値が決まるのか?

1つの説明

テイラーの定理を $n=2$ で用いる.

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \frac{f''(a+\theta h)}{2}\cdot h^2 \qquad (0<\theta<1)$$

$f'(a)=0$ とする.

$$\text{右辺} = f(a) + \frac{f''(a+\theta h)}{2}h^2$$

$$= \underbrace{f(a) + \frac{f''(a)}{2}h^2}_{\text{主要項}} + \underbrace{\left(\frac{f''(a+\theta h)}{2} - \frac{f''(a)}{2}\right)h^2}_{\text{おつり}}$$

f が C^2級 $\Longrightarrow$ おつり $= \underbrace{\boxed{\dfrac{f''(a+\theta h)-f''(a)}{2}}}_{=G(h)} \times h^2$

$G(h)$ とすると,

$G(h)$ は $h=0$ で連続 かつ,

$G(0)=0$ なる関数.

$\Longrightarrow$ おつり: 連続関数 $\times h^2$,

h^2 より速く0に収束する

主要項に比べて無視できる,