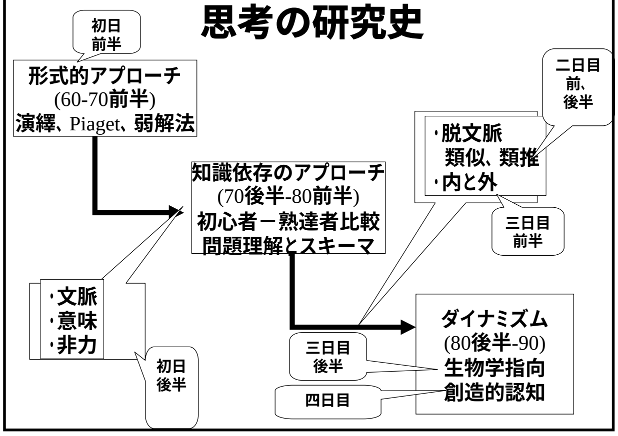
形式的アプローチ

論理的推論

Piaget

Newell & Simon

思考の研究史



形式的アプローチ
汎用知能アプローチ

- 思考の内容に依存しない汎用ルールの体系として知能を捉える。
- 非常に抽象度の高いルールを想定する。
- そのルールがすべての問題に適用できると考える。
  - 論理的推論 (特に演繹)
  - Piagetの発達段階論
  - 弱解法 (Newell and Simon)

推論
－思考の形式－

- 演繹(deduction)
- 帰納(induction)
- 類推(analogy)
- 仮説推論(abduction)

演繹

- 前提に妥当な規則を適用することにより、結論を得る。
  - 認知科学者は講義が上手だ。P→Q
  - 鈴木は認知科学者だ。 P
  - ⇒鈴木は講義が上手だ Q
- 前提が正しい限り必ず正しい結論が生まれる。
- 結論はそもそも前提に含まれている。

帰納

- 与えられた特殊事例から一般的法則を導く。
  - 鈴木は講義が上手だ
  - 佐伯は講義が上手だ
  - ⇒認知科学者は講義が上手だ
- 該当事例がすべて与えられているわけではないので、帰納から得られる結論は正しいという保証はない。
- ただし、新しい知識を生み出す。

類推

- 既知の事例と類似した事例が同じ結論を持つとする推論
  - 鈴木は講義が上手だ
  - 佐伯は鈴木と似ている。
  - ⇒佐伯は講義が上手だ
- 必ず正しい結論が生み出されると限らない。
- 新しい知識を生み出す。

仮説推論

- 既知の事例の結論が成り立っている事例において、前提も成り立つとする推論。
  - 認知科学者は講義が上手だ
  - 鈴木は講義が上手だ
  - ⇒鈴木は認知科学者だ
- 新しい結論を導き出す。
- 正しいという保証はない（というか、論理的には誤り）。

4枚カード問題

- 表が母音ならば裏は偶数
  - A
  - B
  - 7
  - 8
- 弁護士活動をするなら司法試験にパス
  - 弁護活動をしている
  - 弁護活動をしていない
  - 司法試験にパスした
  - 司法試験にパスしていない

ピアジェの発達理論

- 同化： 外界の情報を自らの持つ認知構造（スキーマ）に当てはめる
- 調節： 外界の情報に適合するように自らの持つ認知構造（スキーマ）を変更する
- 均衡化： 同化と調節が釣り合っている適切な認知的状態
- 生得論者ではないという意味で、構成主義者

ピアジェの発達段階

- 感覚運動期（0～2歳）
- 前操作的段階（2～6歳）
- 具体的操作の段階（6～12歳）
- 形式的操作の段階（12歳以降）

ピアジェの数についての考え方

- 抽象性： 数はnumerosity以外の特徴を捨象したものである。→保存(conservation)
- 基数(cardinal number)： 集合の要素の数
- 序数(ordinal number)：順序を表す数
- 「Aさんは成績が3位でした。彼より成績のいい人は何人いますか」
  - 3→序数
  - 2→基数

数の理解を支える基盤

- 抽象性→保存性
  - 数という本質的な性質のみに基づく。
  - 対象の属性には無関係
  - 数に関係ない操作に対しては普遍（数が保存される）
- 基数→集合の理解
- 序数→関係の理解

群性体

- 集合関係の理解
  - 群性体1～4
  - X＝A+B、A=X-B
- 関係の理解
  - 群性体5～8
  - X＞Y, Y>Z→X>Y>Z
- 保存性：可逆性

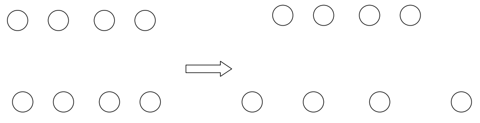
ピアジェの予測

- 群性体は具体的操作段階の知能の構造
- よって、それは6歳以降に現れる。
- したがって、これ以前の子どもは
  - 集合、
  - 関係
  - 保存
- の理解が出来ない、つまり数を理解していない。

数の理解を測定する課題

- 保存性→数の保存課題
- 集合→類の包含課題
- 関係→系列化課題

数の保存課題

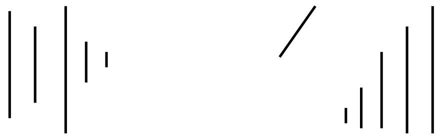


保存課題の成績

- 第一段階：提示された対象と同数の対象を並べることが出来ない。
- 第二段階：提示された対象と同数の対象を並べることは出来るが、変形がなされると同数であるとは判断しない。
- 第三段階：数量的な一対一対応が出来る。

系列化課題

順番に並べて　　　　この棒を入れて

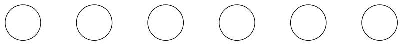


系列化課題の成績

- 第一段階：順番に並べること自体が出来ない。
- 第二段階：順番に並べられるが、もう一本の棒を適切な位置に入れることが出来ない。
- 第三段階：全部出来る。

類の包含課題

- 白いおはじきとおはじきでは、どちらが多いかな？



類の包含課題の成績

- 第一段階：白が多いという
- 第二段階：正しく答えられるが、「本当？」などと聞くと、答えが揺らぐ
- 第三段階：正しく答える

まとめ

- Piagetは確かに構成主義者である。
- 生得的な能力だけではなく、環境との相互作用が必要であると主張してきた。
- 環境一元主義者でもなく、すでにある内的な構造の役割、それに基づいた主体のアクティブな働きかけを重視した。

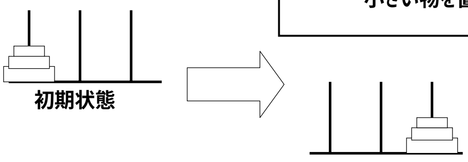
問題解決

- ゴール：　目標とする状態
- オペレータ：　状態を変化させるもの
- 初期状態：　はじめの状態
- オペレータ適用制約：　オペレータが適用できる条件
- 問題空間：状態に可能なオペレータを適用した結果生み出される全状態。

良定義問題

- ハノイの塔

制約
・一度に一枚
・大きい物の上に小さい物を置く



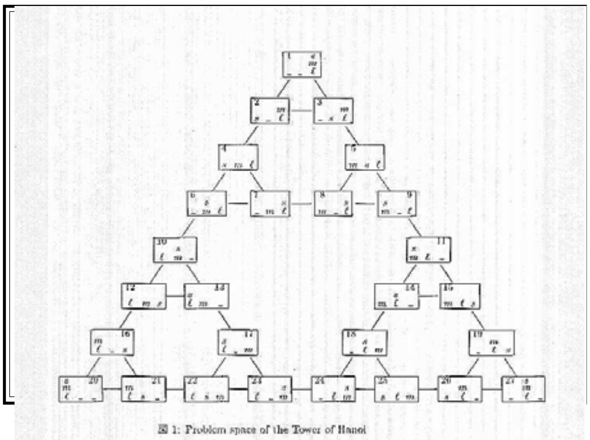


図 1: Problem space of the Tower of Hanoi

探索としての問題解決

- 問題空間（状態空間）
  - 問題は状態とそこに適用可能なオペレータによってある空間＝問題空間を構成する。
- 問題解決：オペレータを用いて、初期状態を目標状態へと遷移させること。
- 評価関数：適切なパスを通って無駄なく目標状態に達するかどうかを判定するための関数（問題に固有）。

基本的な探索

- 幅優先探索(width-first search)
  - ある時点で可能な状態をすべて列挙していくことを繰り返す。目標状態と一致する状態が見つかったらそこで終了。
- 深さ優先探索(depth-first search)
  - 経路を先へ先へと探索し、だめだったら1つ前に戻り(backtrack)、別の経路に行く。これを繰り返す。
- いずれも膨大なメモリー空間を必要とする（組み合わせ爆発）。

問題空間の探索

- 良定義問題は問題空間の探索として特徴づけられる。
- しかし、一般に問題空間は膨大（組み合わせ爆発）
- よって適切な探索を行うことが必要。
  - 評価関数：状態とゴールとの近さを評価する。
  - ヒューリスティックス：必ず正しいとは限らないが、探索をうまく制御するための知識（→アルゴリズム）

ヒューリスティックス

- 人間は最適なパス、評価関数を知っているわけではない。
- ヒューリスティックス：問題解決に関わる認知的負荷を軽減し、多くの場合、問題解決を適切な方向に導く知識を指す（発見的知識）
- 必ず正解を生み出すわけではない。

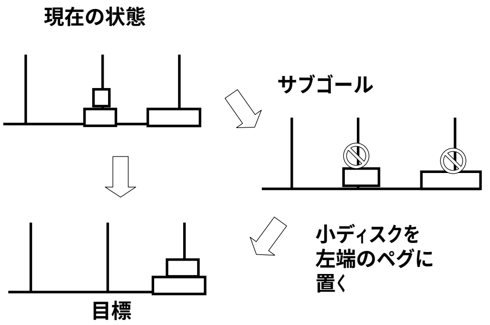
ヒューリスティックサーチ

- 島探索: 問題空間中で通過することが妥当と思われる状態を予め決めて探索する
- 両方向探索: 初期状態と目標状態の両方向から探索を行う
- 制限つき探索: 探索の幅や深さに事前に制限を設けて探索を行う

手段目標分析 (Means-Ends Analysis)

- 目標と現在の状態との差を計算する。
- 差を埋めるオペレータがあればそれを適用する。
- オペレータの適用が妨げられるときは、そのオペレータが適用可能になる状態をサブゴールとする。

ハノイの塔における手段目標分析



形式的アプローチの問題

演繹の問題
Piagetの問題
Newellらの問題
その後の展開

思考の規則

- 古典論理
- 人間の思考はすべて論理で定式化された法則に則っている
- P→Q ≡ ¬Q→¬P

Wasonの選択課題1

- 下に4枚のカードがあります。このカードの片面には数字が、もう片面には平仮名、あるいはカタカナが書かれてあります。さてこのカードは「表が奇数ならば裏は平仮名」となるよう作られていると言います。本当にそうなっているかを調べるためにはどのカードを裏返してみる必要がありますか。何枚裏返してもかまいませんが、必要最小限の枚数にすること。

3　8　う　キ

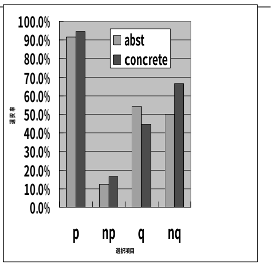
Wasonの選択課題2

- あるデパートでは1万円以上の売上伝票の裏には主任のはんこが必要である。今、4枚の売上伝票が下に並んでいる。上野規則が守られているかどうかを確かめるためには、どの伝票を裏返してみる必要があるか。何枚裏返してもかまわないが、必要最小限の枚数にすること。(なお「鈴木」とあるのは鈴木主任のはんこを示す)

1200	26000	鈴木	

皆さんの回答

- 文字課題での正答率は18%。
- デパート課題での正答率は35%。
- 同じ問題なのにどうしてこんなに違うの?
- ただし、各項目の選択比率自体はあまり変わらない。



Modus Ponens

- 雨が降れば濡れる
- 雨が降った
  - ↓
- 濡れる

- 雨が降れば濡れる
- 傘をさせば濡れない
- 雨が降った
  - ↓
- ?

三段論法

- 問題1
  - 運動選手はだれも銀行員ではない。
  - すべての化学者は銀行員である。
  - ?
- 問題2
  - 運動選手はだれも銀行員ではない。
  - 何人かの化学者は銀行員である。
  - ???

人はなぜ論理に従わないか?

- 前提が必ず真?
- 前提以外のことを考えてはいけない?
- シンボル?
  - もし患者が頭痛であれば、アスピリンを与える
  - もし患者が頭痛であり、かつアスピリンアレルギーであれば、????

文盲の人の推論

- 問題:綿は暑く乾燥したところに育つ。イギリスは寒く、湿気が多い
- 被験者:わからない。私はカシュガルにしかいたことがないから、わからない。
- 実験者:よく考えて。
- 被験者:もし土地がよければ綿は育つ。じめじめしていれば育たない。カシュガルならば育つよ。

Mental Model理論(P. N. Johonson-Laird)

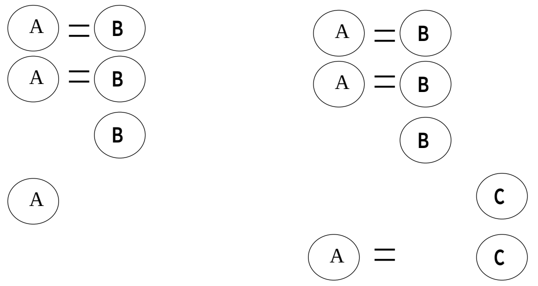
- 人間の思考はルールや規則に基づくものではない。
- PやQの内容を意味づけ、それらの間の関係についての表象を作る。
- 人が論理的であるためには、推論を支配している根本的な意味的原理に関する暗黙の知識を必要とする。

メンタルモデルの構成のプロセス

- 問題の前提についてのモデルを作る
- つけ加えられた情報に基づきモデルを修正する
- 考えられるすべてのモデルで成り立つことを結論とする。
- 結論の反例を考える

Mental Modelの構成

何人かの芸術家は会社員である。 会社員はだれも化学者ではない。



Mental Model理論の予測

- モデルの数がパフォーマンスと反比例する
  - すべてが全称肯定命題の場合はモデルが1つしかできないので、成績がよい。
- モデルの作りやすさがパフォーマンスと関係する
  - アメリカ人のすべてはフランス人です。
  - フランス人のすべては日本人です。
- 与えられた情報の示唆することに結論が引きずられる (雰囲気効果)

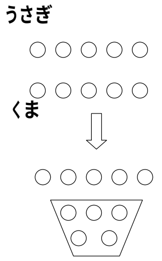
4枚カード問題の同型問題

- 弁護士活動をするなら司法試験にパス
  - 弁護活動をしている
  - 弁護活動をしていない
  - 司法試験にパスした
  - 司法試験にパスしていない
- おやつを食べるのなら、野菜を食べる。
  - おやつを食べている子
  - おやつは食べない子
  - 野菜を食べた子
  - 野菜を食べなかった子

実用的推論スキーマ

- 許可スキーマ
  - ある行為をするためにはその前提を満たさねばならない。
  - ある行為をしないのならば、その前提を満たす必要はない。
  - 前提を満たしているのであれば、その行為を行ってもよい。
  - 前提を満たしていないのならば、その行為を行ってはならない。
- 人は問題の意味(許可)を考慮したルールを持っている。
- 意味が共通である場合には、広い範囲に適用可能。

数の保存の理解



- ウサギさんと同じだけ、熊さんにもあめをあげよう。
- 熊さんは先に帰るのであめをバッグに入れました。
- 熊「わーん、僕のが減っちゃった」
- うさぎ「同じだよ」
- どっちが正しい？

Siegalの実験

- 子供が間違えうるのは同じことを2度聞かれるからだ。
- 一回質問条件と二回質問条件を設ける。
- 一回質問条件では倍以上の子供が不変な判断を下した。
- また、保存ができない子供のビデオを見せると、多くの子供はそれは大人に迎合していると指摘する。

Griceの会話の公準

- 協調の原則：会話の参加者は会話の目的の達成のために貢献しなければならない。
  - 量のルール：必要以上に話すな
  - 質のルール：真実に基づけ
  - 関連性のルール：関連あることを語れ
  - 様態のルール：必要とされていることを語れ

類の包含課題

- 子供が黒と答えるのは集合に白と黒しかないからではないか？
- もし、もう1つの色が含まれていれば、白じゃない＝黒という認識の割合が減少するのではないか？
- 3つのサブクラスからなる刺激を用いて実験を行うと、類包含課題の成績が上昇する。

関係の理解について--推移律

- Bryant & Trabasso
- 前操作期の子どもに
  - a<b, b<c, c<d, d<eの関係を徹底的に覚えさせた。
  - その後に、各ペアについての大小関係を質問した。
- すべてのペアを覚えている限りにおいては、正しく関係を推論することが出来た。

その他の証拠

- <u>類包含課題</u>
  - 3つの集合を用いれば改善される。
- <u>系列化課題</u>
  - 子供は前提を覚えていないだけだった。
- 記憶の発達
  - 領域知識によるチャンクがcritical
- Counting
  - 抽象的な原理を用いていた。

Piagetの問題点

- 発達メカニズムがあいまいなままにされた。
  - 同化、調節、均衡化だけでは、実際の知識の変化が記述できない。
  - 何もないところから、新しい構造の出現がいかにしてなされるか？

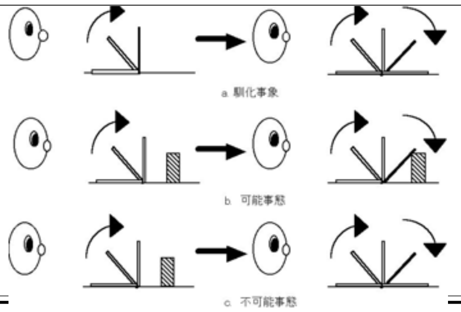
Piagetの問題点

- 知能が単一の構造に支配されていると考えた。
  - 領域固有性
    - 前操作期の子供でも具体的操作ができる。
    - おとなでも形式操作ができないときがある。
  - デカラージュ
    - 保存課題でも課題によって達成年齢が異なる。

Piagetの問題点

- 子供の初期の能力を過小評価してきた。
- 乳児の驚くべき能力
  - 素朴物理学
  - 数の認識(馴化パラダイム)
  - カウンティングの原理

ものの永続性の理解



発達のマトリックス

大人＼子供	出来る	出来ない
出来る	物体の性質、数の理解	従来の発達・学習研究
出来ない	言語 感覚の代用	論理的推論

領域固有の理論

- 子供は領域に応じて、組織化され、一貫した知識の体系を持っている。
- 理論
  - 存在論
  - 因果メカニズム
  - 一貫性

素朴物理学

- かなり早期から物体、およびその運動の特性について抽象的な知識を獲得している。
- 連続性：物体は境界を持ち一体となって運動する
- 固体性：2つの物体が同じ時間に同じ場所を占めることはない。
- 重力：支えがなければ物体は落下する。
- 慣性：物体は外力が働かない限り、突然運動ベクトルを変化させることはない。

素朴心理学

- 他者は自分とは独立の心的状態を持つ。
- 人の行動は、その信念、欲求に基づいている。
- 信念－欲求心理学が3，4歳までに獲得される。
- false-belief task

素朴生物学

- 生物－無生物の区別がなされる。
  - 運動の自律性
  - 自己修復機能
- 心理的、社会的なコントロールの限界
  - 意図の無効性
  - 遺伝特性
- 典型的生物である人間をベースにした類推を行う。

Newell，Simonの問題

- 不良定義問題(ill-defined problem)
  - すべての問題が固定した問題空間を持つわけではない。
  - 状態、オペレータ、適用制約が明確ではない問題が多々ある。
- オペレータが多すぎて、手段－目標分析だけでは、効果的に問題空間を縮小できない。
- 手段－目標分析を行うと学習が阻害される。

Monster problem

- 5本の手を持つ3匹の怪物が3つの水晶球を持っています。怪物も、水晶球も大、中、小のサイズになっています。現在、
  - 大きな怪物→中くらいの水晶球
  - 中くらいの怪物→小さな水晶球
  - 小さな怪物→大きな水晶球

  となっています。
- 怪物と水晶球のサイズを一致させたい。ただし、
  - 一度に一つの水晶球しか移動できない、
  - 2つの水晶球を持っているときは大きいものだけが移動できる
  - 移動させたい水晶球よりも大きな水晶球を持っている怪物にはその水晶球を移動することはできない

  という規則があります。

不良定義問題

- 問題解決構成要素の一部が明確ではない問題。
  - 数学・物理：初期状態、ゴールは明確だが、オペレータが明らかではない。
  - 日常問題：ゴール、初期状態、オペレータすべて不明確（結婚、平和）
- 問題がすぐ解けるように問題のモデルを作る→問題表現の生成

Semantically-Rich Formal Domain

- 以上のことから、80年代には数学、物理などの領域での問題解決研究が進められた。
- これらの領域の問題は、オペレータ、ゴールは特定できるという意味で、形式的領域である。
- 一方、問題記述が多義的であるため、一義に問題空間を決定できない。

領域固有の知識

- 盲目探索はできない。
- 一般的な、弱いヒューリスティックスでは対処できない。
- その領域に固有な知識を利用しないと問題が解けない。
- 熟達者は、その領域において高度に構造化された知識の体系を持っている。

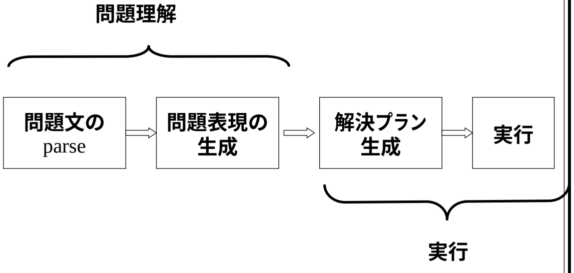
問題理解、表象

- 問題表象
  - 問題の意味。
  - オペレータ適用のための下準備（応用問題の困難さ）
- 問題スキーマ
  - 必要な情報を抽出する
  - 不足した情報を補う
  - それらの間の関係を定める
  - 問題全体の意味を表象する

問題解決のプロセス

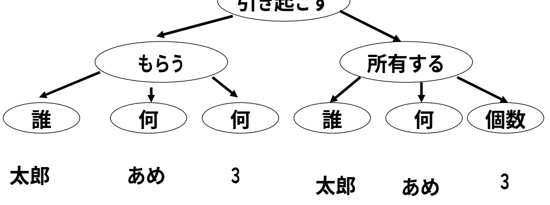
- 問題理解：問題記述から、ゴール、関連するオペレータ、初期状態を特定し、問題表象を生成する。つまり、問題の意味をとらえる。
  - 言語処理
  - 状況モデルの生成
- 実行
  - プランニング
  - オペレータ適用

問題解決のプロセス

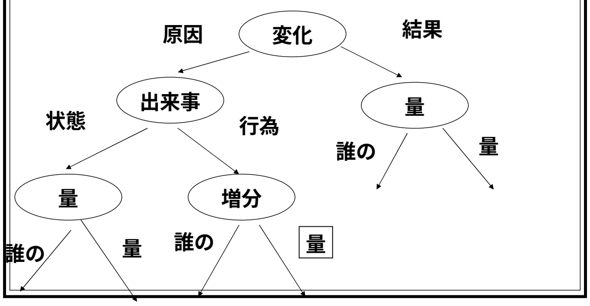


問題表象の生成

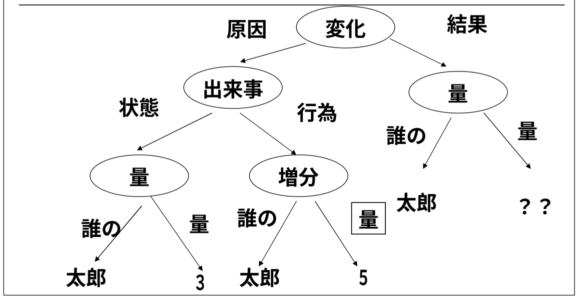
きのう、太郎君はおやつに3つあめをもらいました。
今日、お母さんの手伝いをしたのであめを5つもらいました。いま、太郎君はあめをいくつもっていますか？



変化の問題スキーマ



問題スキーマの利用と表象生成



応用問題のパラドックス

- なぜ応用問題は難しいか？
  - 解決に必要な定理、解法は習得済み
  - 例題の直後に応用問題が与えられる。
  - つまり何を適用すべきかがわかっているのに解けない。
  - 応用力？

足し算の文章題

	幼児	1年生
8個ある。3個落とした。今何個	87	100
3個ある。何個かもらう。今8個。	61	56
何個かある。3個もらう。今8個	9	28
8個と3個。どれだけ多い。	17	28
8個とX個。Xは3個少ない。	13	17
8個とX個。8個はXより3個多い。	17	11

問題表象の重要性

- 太郎さんはあめを何個か持っていました。
- 今、おやつにお母さんがあめを3つくれました。
- 数えたら8個になっていました。
- はじめは何個持っていたのでしょうか。

- 太郎さんはあめを何個か持っていました。でも袋に入っていたので何個かわかりません。
- 今、おやつにお母さんが袋にあめを3つ入れてくれました。
- 数えたら8個になっていました。
- はじめは何個持っていたのでしょうか。

確率の理解のしにくさ

- 英単語の中でrで始まる単語と3番めの文字がrの単語はどちらが多いか。
  - 1番目：46.9%
  - 3番目：53.1%
- 結核で死ぬ人とオートバイ事故で死ぬ人ではどちらが多いか。
  - 結核：20.4%
  - オートバイ：73.5%

確率の難しさ

- 2年目のジンクスという言葉がある。1年目で大活躍した人が2年目は1年目ほどには活躍しないというものである。野球のA選手はまさにそうであった。1年目は3割2分以上の打率で新人王に輝いたが、2年目の打率は2割8分にしかならなかった。どうしてなのか、その理由を考えなさい。

回帰	体調	プレッシャー	油断	相手
22.4	6.1	28.6	12.2	30.6

Conjunction fallacy

- 敏子は明朗快活であり、弁舌もさわやかな女性である。彼女は大学時代、哲学を専攻していた。また社会問題にも大変関心があり、湾岸戦争の時には反戦デモにも加わっていた。
- 敏子が銀行員である確率はどの程度か。0から1の間の小数で答えなさい。
- 敏子がフェミニストの銀行員である確率はどの程度か。0から1の間の小数で答えなさい。
- 銀行員 0.29
- フェミニスト銀行員 0.31

ベイズの定理を用いた問題：確率形式

- 40代の女性の乳癌の比率は1%である。乳癌を持つ人にある検査を行なうと、80%の確率で乳癌であるという結果が出る。一方、乳癌ではない人に同じ検査を行なうと、9.6%の確率で、乳癌であるという結果が出る。ある女性がこの検査の結果、乳癌であるとされたが、この人が実際に乳癌である確率はどれほどか。数式で答えてもよいし、また直感でもかまわない。

ベイズの定理

- 条件付き確率P（D｜H）＝P（D∩H）／P（D）
- P（H｜D）＝P（D｜H）P（H）／P（D）
- P（D｜H）＝80％
- P（H）＝1％
- P（D）＝P（D｜H）P（H）＋P（D｜nH）P（nH）
- P（D｜nH）＝9．6％
- P（nH）＝99％
- P（H｜D）＝1×80／（1×80＋9．6×99）=0.078
- 7．8％！！！！

頻度形式問題

- ある部落に出かけた医者が奇妙な病気を発見しました。何回も見ているうちに、彼はこの病気の検査法を考えつきました。今までで1000人の人間を診察し、そのうちの10人がこの病気にかかっていました。この10人のうち、8人が検査でクロとでます。一方、この病気ではなかった残りの990人の患者のうち95人もこの検査ではクロとでます。さて、ある日ある人にこの検査を行ったところクロとでました。この人がこの奇妙な病気にかかっている確率はどの程度でしょうか。数式で答えてもよいし、また直感でもかまわない。

頻度形式問題の解

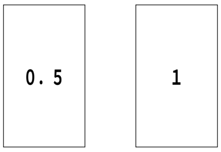
- 検査でクロ
  - 乳ガンでクロ＝8
  - 乳ガンでないのにクロ＝95
- 乳ガンの確率＝8／（8＋95）＝0．078
- この解を求める形式は
- P（D∩H）＝D∩H／（D∩H ＋ nD∩H）

溶液の混合問題

- ５０％ジュース２５０ｇと１００％のジュース1000ｇを混ぜると何％のジュースができますか？
- 典型的な誤答
  - ５０＋１００＝１５０
  - （５０＋１００）÷２＝７５

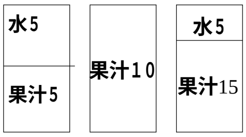
プロトコル１

- これは１００％でこれが５０％．
- だからこれが1でこれが0.5だ．
- 混ぜると割るのかな，かけるのかな？
- かけるんだ
- １×½＝　0.5=50%



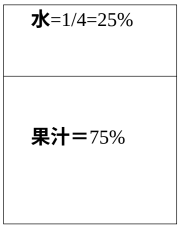
プロトコル２

- これ（１００％）をもとにして１０．これが最高．これ（５０％）が５．
- 10+(5+5)=20
- ２０－５＝１５
- １５％？
- ２０÷２？
- １５÷３？



プロトコル３

- １００と５０だったら７５％くらいにならないとなぁ
- あ，簡単だ！
- ２０に５でしょ
- 水は1/4なんだ．
- あっそうか，水は２５％なんだ．
- １００－２５＝７５



まとめ

- 人は論理に従わない。→メンタルモデル
- 人の発達は領域固有
- 人は領域固有の知識を用いて探索を制御する。→問題スキーマ
- 人は抽象的なルールを用いているわけではない。
- 領域に固有であり、文脈に敏感な知識を用いている。

領域固有説の問題

- 領域固有の知識はいかにして獲得されるのか？その利用メカニズムは？
- エキスパートシステムの問題
  - きわめて限られた領域であってすら、そこで必要とされる知識は膨大。
- 知識が獲得された文脈に固有であるとすると、応用、転移はいかにして起こるのか。
  - 人間は経験していないことに対しても、ある程度の対処が可能。

80年代中盤以降の展開

- 文脈に固有な知識を拡張すればよい。
  - アナロジー
- 知識を詰め込むのではなく、学習させればよい。
  - Production systemを用いた学習(ACT,Soar)
  - 説明に基づく学習 (EBL)
  - コネクショニズム
- 外の助けを借りればよい。
  - 図的推論
  - インタフェース
  - 共同認知