No.
Date.

補題(続)

逆に $\sum_{i=1}^{\Omega} 2^{-l_i} \le 1$ をみたす任意の
正整数の組 $l_1,\dots,l_\Omega$ が与えられると
l_i を符号長とする符号が存在する。

証明のアイデア

binary tree を使って
l_i の小さい方から埋めていく //

Shannonの定理 の証明

前半 任意の接頭符号について (どんな ～ をつかっても)

$$H(P) \le \langle \hat{l} \rangle$$

∵接頭符号をもってくる。
$y_i = 2^{-l_i}$ とする。
ホダイより

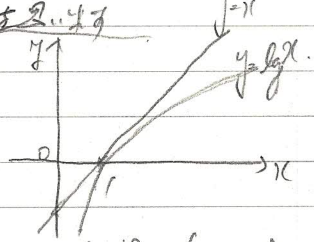
$$\sum_{i=1}^{\Omega} y_i \le 1$$

$$H(P) - \langle \hat{l} \rangle = -\sum_{i=1}^{\Omega} p_i \log p_i - \sum_{i=1}^{\Omega} p_i \underbrace{l_i}_{-\log_2 y_i}$$

$$= \sum_{i=1}^{\Omega} p_i \log_2 \left(\frac{y_i}{p_i}\right)$$

ここで $x>0$ について
$\log x \le x-1$ を思い出す

$$\log_2 x \le \frac{x-1}{\log 2}$$



よって $H(P) - \langle \hat{l} \rangle \le \frac{1}{\log 2} \sum_{i=1}^{\Omega} p_i \left(\frac{y_i}{p_i} - 1\right)$

$$= \frac{1}{\log 2}\left(\underbrace{\sum_{i=1}^{\Omega} y_i}_{\wedge 1} - \underbrace{\sum_{i=1}^{\Omega} p_i}_{= 1}\right) \le 0$$

(もし $\sum 2^{-l_i} < 1$ なら ここは "<")

後半 うまい接頭符号をとれば、
$\langle \hat{l} \rangle \le H(P) + 1$

構成的証明

l_i を $l_i \ge -\log_2 p_i$ をみたす最小の整数

$$2^{-l_i} \le p_i.$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{\Omega} 2^{-l_i} \le \sum_{i=1}^{\Omega} p_i = 1$$

Kraft 不等式成立

ホダイより $l_1,\dots,l_\Omega$ を符号長とする
接頭符号が存在。

また、つくり方から

$$-\log_2 p_i \le l_i \le -\log_2 p_i + 1.$$

$$-p_i \log_2 p_i \le p_i l_i \le -p_i \log_2 p_i + p_i.$$

$i = 1,\dots,\Omega$ について たす。

$$H(P) \le \langle \hat{l} \rangle \le H(P) + 1.$$

さらに もし $p_i = 2^{-g_i}$ (g_i: 正整数) とかけるなら
$l_i = g_i$ とれば よい。
$\langle \hat{l} \rangle = H(P)$ とできる。//

レポート その1

3進法 コンピュータ 0,1,2 の世界で。
同じ話をつくる。

ABCBCDA trit 数.

50120210012021

ラテン語 uni(1) bi(2) tri(3) quadra(4)

ギリシャ語 mono di tri tetra. penta.
hexa, hepta, octa.

例をつくろう (A4片面)

定理の証明はしなくてもいい。