(3) 時間反転 (time reversal)

$t' = -t$ … (2.19)

$\vec{r}(t) = \vec{r}(-t') = \vec{r}'(t')$ …… (2.20)

$\vec{r}(t) \to \vec{r}'(t)$ … (2.21)

$m\dfrac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \vec{F}(\vec{r}(t))$ … (2.22) において、(2.19)、(2.20) を代入すると、

$m\dfrac{d^2\vec{r}'(t')}{dt'^2} = \vec{F}(\vec{r}'(t'))$ … (2.23)

t' を t におきかえると、

$m\dfrac{d^2\vec{r}'(t)}{dt^2} = \vec{F}(\vec{r}'(t))$ … (2.24)

(2.22)
(2.23)
(2.24)

$\vec{r}(t)$ が (2.22) の解ならば、$\vec{r}'(t)$ もその解。

⇓

粒子の運動は可逆的

電磁気学では、

点電荷の速度

$\dfrac{d\vec{r}(t)}{dt} = \dfrac{d\vec{r}(-t')}{d(-t')} = -\dfrac{d\vec{r}'(t')}{dt'}$ … (2.25)

$\therefore \dfrac{d\vec{r}(t)}{dt} \to -\dfrac{d\vec{r}'(t)}{dt}$ … (2.26)

ゆえに、電流密度 $\vec{i}$ は

$\vec{i}(\vec{x},t) = e\dfrac{d\vec{r}(t)}{dt}\delta^3(\vec{x}-\vec{r}(t))$

$= e\dfrac{d\vec{r}(-t')}{d(-t')}\delta^3(\vec{x}-\vec{r}(-t'))$

$= -e\dfrac{d\vec{r}'(t')}{dt'}\delta^3(\vec{x}-\vec{r}'(t'))$

$= -\vec{i}'(\vec{x},t')$

$\therefore \vec{i}(\vec{x},t) \to -\vec{i}'(\vec{x},t')$

ここで Ampére-Maxwell の法則

$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{i} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

に着目すると、可逆的であるためには

$\vec{E}(\vec{x},t) = \vec{E}(\vec{x},-t') = \vec{E}'(\vec{x},t')$

$\therefore \vec{E}(\vec{x},t) \to \vec{E}'(\vec{x},t)$

$\vec{H}(\vec{x},t) = \vec{H}(\vec{x},-t') = -\vec{H}'(\vec{x},t')$

$\therefore \vec{H}(\vec{x},t) \to -\vec{H}'(\vec{x},t)$