§2 座標変換と時間反転

(1) 座標系の回転

$$x_i' = \sum_{j=1}^{3} a_{ij} x_j \qquad (i=1,2,3)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{3} a_{ij} a_{ik} = \delta_{jk} & (j,k=1,2,3) \\ \sum_{k=1}^{3} a_{ik} a_{jk} = \delta_{ij} \end{cases}$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i\neq j) \end{cases}$$ Kronecker の記号

$$A = (a_{ij})$$

ベクトル $v_i(\vec{x},t)$

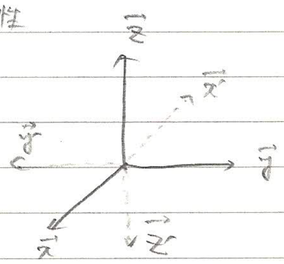
場 $v_i'(\vec{x}',t) = \sum_{j=1}^{3} a_{ij} v_j(\vec{x},t)$

スカラー $\phi'(\vec{x}',t) = \phi(\vec{x},t)$

注) $\phi(\vec{x}',t) = \phi(\vec{x},t)$ 不変量

(1.6) と (1.7) はベクトル量またはスカラー量なので、新旧両座標系で、
自然法則は同じ形に保たれる。 共変的 → 法則の普遍性

(2) 空間座標の反転 (space reflection)



‖

右手系から左手系への座標変換

$$\vec{r}'(t) = -\vec{r}(t)$$

$$(x'(t), y'(t), z'(t)) = -(x(t), y(t), z(t))$$

$$\vec{F}' = -\vec{F}$$

$$\therefore\ m\frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \vec{F} \Rightarrow m\frac{d^2\vec{r}'(t)}{dt^2} = \vec{F}'$$

共変的

電磁場で

右手系 $m\frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = e\vec{E}(\vec{r}(t),t) + e\dot{\vec{r}}(t)\times\vec{B}(\vec{r}(t),t)$

空間反転のもとで、共変的であるためには

$\vec{E}'(\vec{x}',t) = -\vec{E}(\vec{x},t)$ ；極性ベクトル

$\vec{B}'(\vec{x}',t) = \vec{B}(\vec{x},t)$ ；軸性ベクトル